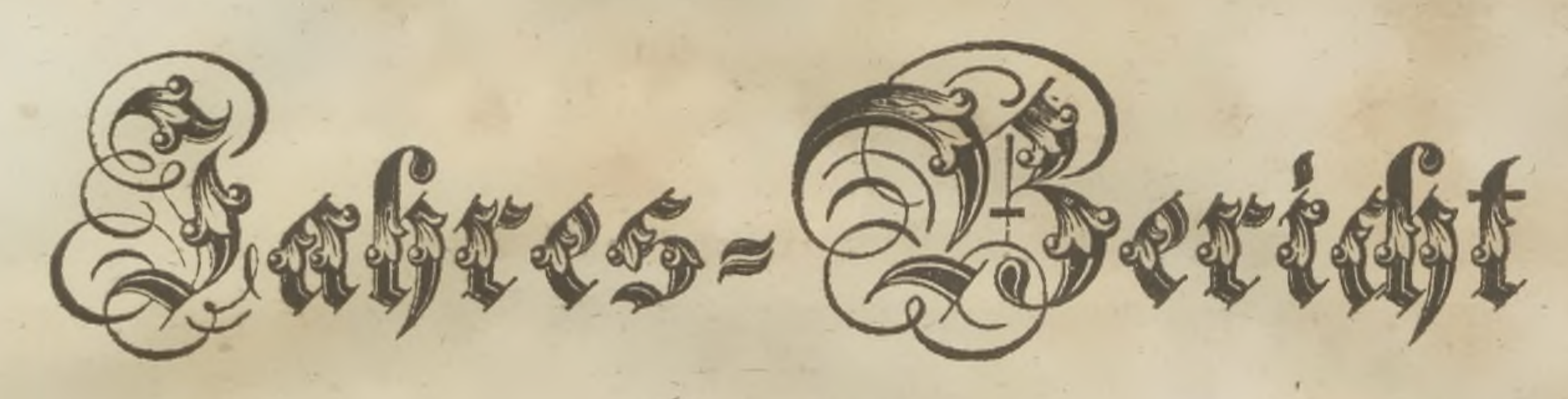
De ratione describendi formulam, integralis $\int\varphi(x)dx$ valorem, qui ad verum maxime accedat, exhibentem.

Scripsit A. Beyer, Gymn. Conrector.





über das

Fürstlich-Hedwigische Gymnasium zu Neustettin

für das Schuljahr 183$\frac{5}{6}$

womit zu der am 4ten October 1836 anzustellenden

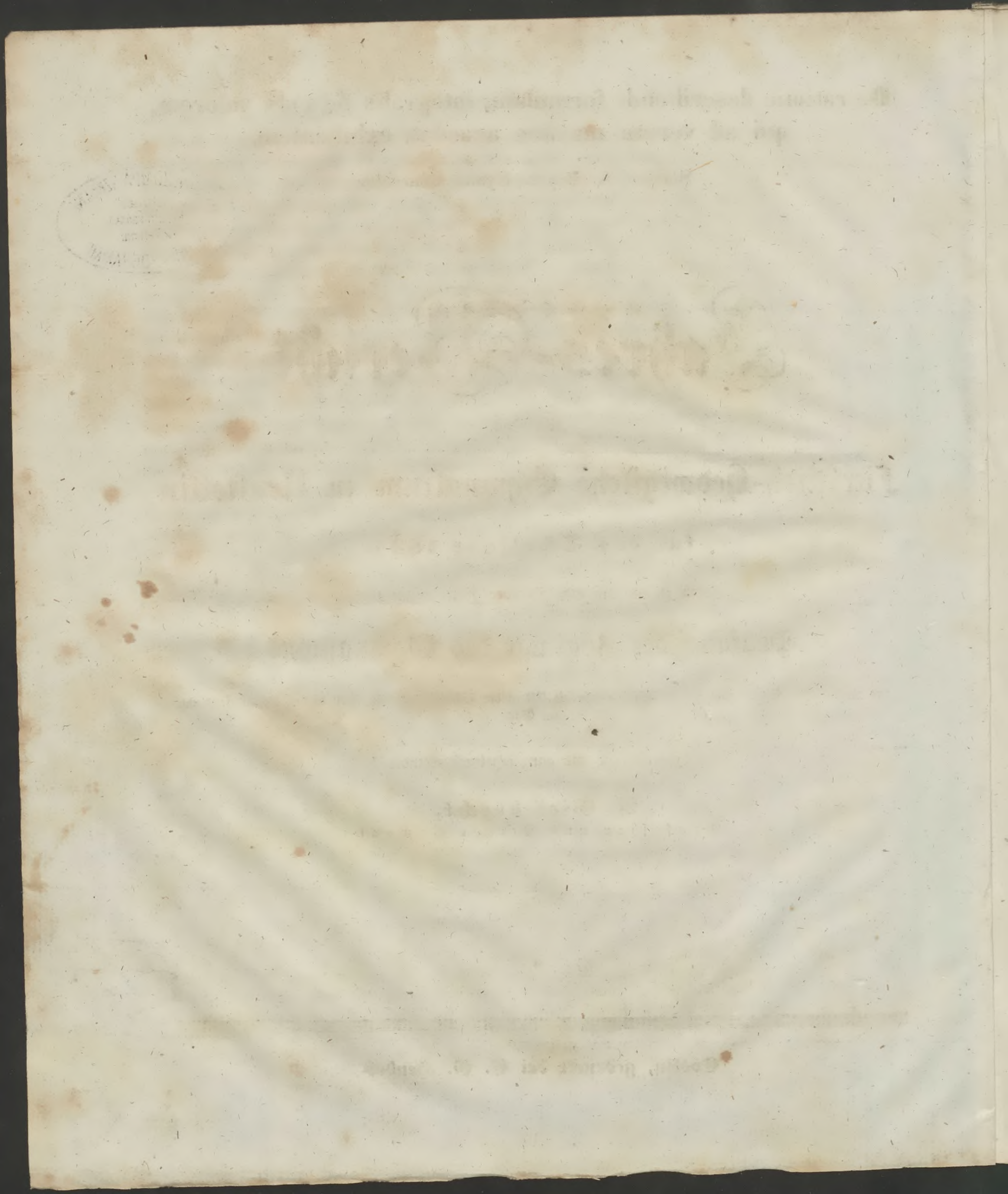
Prüfung der Zöglinge des Gymnasiums

das Wohllöbliche Curatorium der Anstalt, so wie die Eltern der Schüler und alle Freunde des Schulwesens und des hiesigen Gymnasiums

ehrerbietigst und ganz ergebenst einladet

A. Giesebrecht,
Professor und Rector Gymnas.

Cöslin, gedruckt bei C. G. Hendeß.



Jahresbericht

über das F. Hedwigische Gymnasium zu Neustettin während des Schuljahres Michaelis 1835 bis dahin 1836.

A. Verfügungen der Behörde.

Außer den Dispensationen einzelner Schüler von der Theilnahme am Griechischen,*) den Begleitschreiben der zugefertigten Programme und mehrerer mit dem ehrerbietigsten Danke empfangenen Geschenke für die Gymnasial-Bibliothek, von welchen unten berichtet werden wird, sind von Seiten des K. Hochwürdigen Consistoriums und Provinzial-Schulkollegiums für Pommern nachstehende Verfügungen dem Gymnasium zugegangen:

1835. Sept. 4. (pr. Sept. 13.): Zusendung des Auctionskatalogs der Hermbstädtischen oryktognostischen Sammlung und des physikalischen Kabinets desselben. — Sept. 7. (pr. S. 17.) Genehmigung der Uebernahme des Ordinariats von Quarta durch den Dr. Hoppe und von Quinta und Sexta durch den Dr. Knick. — Sept. 12. (pr. S. 20.) Auf Schüler, welche aus der Prima eines Gymnasiums zum Privatunterrichte abgegangen sind, ist hinsichtlich ihrer Zulassung zur Abiturientenprüfung §. 7. des Reglements vom 4ten Junius a. pr. anwendbar. (Es ist demnach der pflichtmäßigen Beurtheilung der betreffenden Prüfungs-Kommission überlassen, junge Leute der angegebenen Klasse auch während des dritten Halbjahres seit ihrem Eintritte in Prima ausnahmsweise zur Prüfung zuzulassen, und die Würdigkeit derselben durch ein vorläufiges Tentamen zu ermitteln). — Sept. 12. (pr. S. 20.) Empfehlung der Schrift des Dr. Kapp: G. W. Fr. Hegel als Gymnasialrector u. s. w. — Nov. 20. (pr. Dec. 9.) Es sind künftig 160 Exemplare des Programms resp. bis zum 10ten Mai und 10ten Novbr. an das Königl. Consistorium rc. ein-

*) Diese Dispensationen betreffend, lege ich den Eltern unserer Schüler ans Herz, daß der zukünftige Stand der letzteren es eigentlich gar nicht sein sollte, der die Nachsuchung derselben veranlaßte, indem die mehrseitigere Entwickelung der geistigen Kräfte für jeden zukünftigen Lebensberuf größere Vortheile zurückläßt. Dagegen kann es allerdings zweckmäßig seyn, einen wenig begabten Knaben oder Jüngling auf möglichst wenige Lehrgegenstände zu concentriren, um ihn durch deren Mehrheit nicht zu verwirren. Von diesem Grundsatze ausgehend, werde ich forthin in der vorschriftsmäßigen Begutachtung der zur Erlangung der Dispensation vom Unterrichte im Griechischen bei K. Hochwürdigem Consistorium einzureichenden Gesuche nur diejenigen Anträge befürworten, bei denen ich sagen kann, daß geringe Geistesgaben und geringe geistige Selbstthätigkeit die Gewährung der Bitte im wahren Interesse des betreffenden Schülers wünschenswerth machen.

zusenden. — Decbr. 19. (pr. D. 27.) Genehmigung des Lectionsplans für das Wintersemester. — 1836. Jan. 23. (pr. Febr. 14.) Zufertigung des Katalogs der Schleiermacherischen Bibliothek. — Febr. 4. (pr. F. 17.) Empfehlung von P. Schmids Schrift: Plan, wie P. Schmids Zeichenmethode in allen Schulen mit Erfolg und fast ohne Umstände einzuführen ist rc. und Anweisung, den Zeichenunterricht auf dem Gymnasium dieser Methode gemäß anzuordnen. — März 3. (pr. M. 10.) Den Maturitätszeugnissen abgehender Schüler ist eine Notiz, die Immatriculation betreffend, beizufügen, und dieselben auf die Beachtung der Artikel 1. 2. und 4. des durch Allerhöchste Bekanntmachung vom 5ten Decbr. v. J. publicirten Bundesbeschlusses vom 14ten Novbr. 1834. aufmerksam zu machen. — März 25. (pr. Apr. 10.) Berichtserforderung: Ob Graffs Althochdeutscher Sprachschatz für die Bibliothek des Gymnasiums angeschafft werde? — März 26. (pr. Apr. 10.) Erforderung gutachtlichen Berichts von Seiten des Lehrercollegiums und des Rectors über die Schrift: Zum Schutze der Gesundheit in den Schulen, von Lorinser. — Mai 28. (pr. Jun. 12.) Genehmigung des Lectionsplans für das Sommersemester. — Jun. 10. (pr. J. 22.) Die Abgangszeugnisse für Schüler, welche sich dem Postfache widmen, sollen den Grad der Kenntnisse, welche sich dieselben in den einzelnen Unterrichtsgegenständen erworben haben, speziell und genau enthalten. — Jun. 24. (pr. Jul. 3.) Es wird auf Dr. Wiegmann's Archiv für Naturgeschichte aufmerksam gemacht. — Jul. 11. (pr. J. 21.) Mittheilung einer Verfügung des K. Ministeriums der Geistlichen rc. Angelegenheiten vom 24sten Junius l. J. die Nothwendigkeit betreffend, den Andrang zu den Universitätsstudien durch Vorstellungen über die Unwahrscheinlichkeit, daß junge Leute ohne genügende Mittel oder vorzügliche Fähigkeiten auf diesem Wege ein befriedigendes Ziel erreichen können, so wie namentlich durch Versetzung nur solcher Schüler aus Tertia nach Secunda, welche nach dem **einstimmigen** Urtheile ihrer Lehrer dazu reif sind, zu hemmen.

B. Lehrplan der Anstalt.

Im verflossenen Schuljahre wurden nachstehende Pensa absolvirt:

Prima. Ordinarius Professor Dr. Klütz. Religionswissenschaft. Christliche Glaubenslehre. 2 St. Rect. Giesebrecht. Geschichte. Im Winter: Neue Geschichte von der Mitte des 17ten Jahrh. an, nach E. A. Schmidt Grundriß der neueren Geschichte. 3 St. Im Sommer: Mittlere Geschichte bis auf die Kreuzzüge, nach dess. Grundriß der mittleren Geschichte. 2 St. Prof. Dr. Klütz. Naturwissenschaften. W. Diejenigen Abschnitte der mechanischen Naturlehre, welche in näherer Beziehung zur Chemie stehen, namentlich die Lehre von den materiellen Beschaffenheiten der Körper, den allgemeinen Eigenschaften fester Körper, den ausdehnbaren Flüssigkeiten, der chemischen Anziehung und den Gesetzen der chemischen Verbindung und Zersetzung und von der Wärme. S. Nach Wiederholung einiger Hauptlehren der mechanischen Naturlehre: Lehre von der Electricität und dem Galvanismus; nach August Mech. Naturlehre. 2 St. Conrector Beyer. Mathematik. W. Stereometie. S. Lehre von den Kettenbrüchen, Potenzen und Wurzeln, Proportionen, Reihen, Logarithmen nach Matthias Leitfaden rc. Daneben wurden schriftliche Aufgaben zur Uebung gestellt. 4 St. Conrecor Beyer. Deutsch. Deutsche Literaturgeschichte von Opitz bis auf die neueste Zeit. Erklärung von A. W. Schlegels Elegie: Rom, und einem Theile von Herders Ideen zu einer Philosophie der Geschichte der Menschheit (Th. 1.). Uebungen in der Declamation, im mündlichen Vortrage und in schriftlichen Ausarbeitungen. 3 St. Prof. Dr. Klütz. Latein. Horaz. W. Auswahl aus beiden Büchern der Satiren. R. Giesebrecht. S.

Ausgewählte Oden des 3ten und 4ten Buches. Prof. Dr. Klütz. 2 St. Cicero. W. Fünfte Verrinische Rede. S. Tusculanen Buch I. 2 St. R. Giesebrecht. Tacitus. Annalen Buch II. III. 2 St. Prof. Dr. Klütz. Exercitia und freie Ausarbeitungen. 1 St. R. Giesebrecht. Sprechübungen, abwechselnd mit Extemporalien und metrischen Uebungen. 1 St. W. Prof. Dr. Klütz. S. R. Giesebrecht. S. Grammatik. Periodenlehre, und zwar Lehre von der Coordination der Sätze und von der Subordination substantivischer und adjectivischer Sätze. 1 St. R. Giesebrecht. Als Privatlecture diente Livius. Griechisch. W. Sophocles Trachinierinnen. S. Euripides Phönissen. 2 St. Prof. Dr. Klütz. Platons Phädon. 2 St. Derselbe. Grammatik. Repetition der durch das Bedürfniß angewiesenen Theile der Formenlehre und Syntax nach Buttmanns kleiner Sprachlehre, nebst Exercitien nach Rost und Wüstemann Anleitung 2c. Cursus IV. 2 St. Conrector Beyer. Privatlecture: Homers Ilias. Französisch. Lecture der Abschnitte aus Friedrich II., Dorat, Berquin, Imbert, du Boccage, Sédaine, Nivernois, Léonard, de la Harpe, Watelet in dem poetischen Theile von Ideler und Nolte Handbuch 2c. Daneben schriftliche Ausarbeitungen in franz. Sprache. 2 St. Subrector Dr. Kosse. Hebräisch. W. Psalm 31 ff. nebst Uebungen im Uebersetzen aus dem Deutschen ins Hebräische. Anfangs Superintendent Dr. Henkel, dann mit Secunda combinirt Subrector Dr. Kosse, dann Conr. Beyer. S. Elementarlehre und Formenlehre nach Gesenius Hebräischer Grammatik. Daneben ward 1 Sam. Cap. 17—24 gelesen. Conr. Beyer. 2 St.

Secunda. Ordinarius Conr. Beyer. Religionswissensch. W. Erklärung der letzten Hälfte des Evangeliums S. Johannis vom 12ten Cap. an in der Ursprache. S. Kirchengeschichte bis zum Anfange des Bilderstreits. 2 St. Conr. Beyer. Geschichte nach E. A. Schmidt Grundriß der alten Gesch. Griechische Geschichte vom Anfange der Perserkriege bis zur Schlacht bei Chäronea, Gesch. der Monarchie Alexanders und der daraus hervorgegangenen Reiche, Gesch. der Römer bis zum ersten Triumvirat. 2 St. Prof. Dr. Klütz. Naturwissenschaften. W. Lehre vom Lichte. S. Lehre von den luftförmigen Körpern nach August l. c. 2 St. Conr. Beyer. Mathematik nach Matthias l. c. W. Trigonometrie. 3 St. Mündliche und schriftliche Lösung algebraischer Aufgaben. 1 St. S. Stereometrie und Lehre von den Gleichungen ersten und zweiten Grades nebst Rechnungsübungen. 4 St. Conr. Beyer. Deutsch. Erklärung mehrerer Gedichte Schillers, Uebungen im freien Vortrage, der Declamation und in schriftlicher Gedankenmittheilung nebst einer Uebersicht der Lehre vom Styl. 3 St. Prof. Dr. Klütz. Latein. Vigil. Aeneide Buch VI.—VIII. incl. 2 St. Derselbe. Pros. Lecture. W. Cicero. Rede p. Rosc. Amer. 3 St. S. Livius Buch III. (theilweise). 4 St. R. Giesebrecht. Extemporalien, abwechselnd mit metrischen Uebungen, und häusliche Exercitien. 2. St. Derselbe. Grammatik. Lehre von den Wortarten und der Genesis des Satzes. Lehre von den Casus, Tempora, Modi. 2 St. Derselbe. Französisch. Erklärung der Abschnitte aus Patru, St. Evremond, Fléchier, Bossuet, Fénélon, der Maintenon in Ideler und Nolte Handbuch 2c. (prosaischen Theiles). Daneben Exercitien. 2 St. Subrector Dr. Kosse. Griechisch. Homer. Ilias. Buch XIV. XV. 2 St. W. Conrector Beyer. S. Oberlehrer Dr. Knick. Xenophon. Cyropädie. Buch III. IV. 2 St. Derselbe. Grammatik nach Buttmann Griech. Schulgrammatik. Wiederholung der unregelmäßigen Verba und Syntax in ihrem ganzen Umfange. Angeknüpft wurden Uebungen im mündlichen Uebersetzen in das Griechische nach Post und Wüstemann Anleitung 2c. Cursus III. und Exercitia aus Cursus IV. W. 2, S. 1 St. Derselbe. Hebräisch. W. Leseübungen, Formenlehre und Lecture einiger Abschnitte aus Gesenius Lesebuche 2c. (prosaischen Theiles). Superintendent Dr. Henkel. Dann ward die Klasse combinirt mit I. (S. Ds.) S. Elementarlehre und

1 *

aus der Formenlehre die Abschnitte über die Conjugation, theilweise auch von der Declination. Daneben wurden die drei ersten Kapitel der Genesis gelesen. Lehrer Krause. 2 St.

Tertia. Ordinarius Subrector Dr. Kosse. Religionswissenschaft. W. Lesung der letzten Hälfte des Evangeliums Johannis (von Cap. 11. an) in der Muttersprache. S. Lesung des ersten Theiles der Apostelgeschichte (Cap. 1—11.) und Wiederholung des ersten Hauptstückes des lutherischen Katechismus. 2. St. R. Giesebrecht. Geschichte. W. Mittlere. S. Neuere Geschichte nach Böttiger Allgemeine Geschichte für Schule und Haus. 2 St. Subrector Dr. Kosse. Geographie. W. Außereuropäische Erdtheile. S. Europa. 2 St. Derselbe. Naturwissenschaft. Lehre von den allgemeinen Eigenschaften der Körper, deren Aggregatzuständen, von der Schwere, den allgemeinen Eigenschaften fester Körper, Statik, Mechanik, L. von der Wärme, von den tropfbaren und luftförmigen Körpern, von der Electricität; alles in einer Uebersicht nach August l. c. 2 St. Dr. Hoppe. Mathematik nach Lorenz Lehrbuch ꝛc. Lehre von den Proportionalgrößen und den ähnlichen Figuren. Proportionen am Kreise. Berechnung der Figuren. — Gleichungen des ersten und zweiten Grades. 4 St. In Einer wöchentlichen Stunde wurde im W. das arithmetische, im S. das geometrische Pensum des vorhergegangenen Halbjahrs wiederholt. Derselbe. Deutsch. Grammatik nach Heinsius. (Kleine theoretisch-deutsche Sprachlehre ꝛc.) Lehre von den Präpositionen, Sätzen, der Wort- und Satzfolge. Prosodie. Orthographie. Homonyme und Synonyme. Daneben schriftliche Ausarbeitungen und Declamationsübungen. 3 St. Subrector Dr. Kosse. Latein. Ovid. Metamorphosen Buch IV.—VII. mit Auswahl. 2. St. Cäsar. Buch VI.—VIII. (letzteres zum Theil). 2 St. Exercitien und Extemporalien. 2 St. Grammatik nach O. Schulz (Ausführl. Lat. Grammatik). Lehre von den Modi und Tempora, dem Gebrauche der Redetheile, den Fragen und Antworten. Aus der Syntaxis ornata die Abschnitte vom Gebrauche der Adverbien, Präpositionen und Conjunctionen, von der Wortstellung und den syntaktischen Figuren. 2 St. Im S. kam noch hinzu Prosodie und Metrik des Hexameters nebst metrischen Uebungen. 1 St. Lehrer Krause. Französisch. Fénélon. Télémaque Buch VII. (z. Th.) VIII. IX. (z. Th.) Grammatik nach Mozin. W. Unregelmäßige Verbes, Prépositions, Conjonctions, Interjections, Wortfolge, L. von den Temps in den verschiedenen Modes. S. Lehre von den Pronoms, den Verbes auxiliaires, regulaires, pronominaux und den Temps der Modes. Daneben häusliche Exercitien. 2 St. Subr. Dr. Kosse. Griechisch. Homer. Odyssee. XII.—XIV. W. 2, S. 1 St. Jacobs Elementarbuch Curs. II. A. III.—V. incl. Attica. Abschnitte aus Xenophon. XV. XVI. XVII. 2 St. Grammatik nach Buttmann l. c. Kurze Wiederholung der Hauptabschnitte der Formenlehre bis zu den Verbis in μι hin. Verba in μι und übrige Theile der Formenlehre. (Der grammatische Cursus ist halbjährlich.) Daneben mündliche und schriftliche Extemporalübungen und häusliche Exercitien aus Rost und Wüstemann Anleitung ꝛc. Cursus I. II. 2 St. Oberlehrer Dr. Knick.

Quarta. Ordinarius Gymnasiallehrer Dr. Hoppe. Religionslehre. Katechetische Behandlung der fünf Hauptstücke des Katechismus nach Schwarzer Katechismus Lutheri. Biblische Geschichte des A. T. 2 St. Lehrer Krause. Geschichte. W. Alte, S. Mittlere Geschichte nach Böttiger l. c. 2 St. Subr. Dr. Kosse. Geographie. W. Außereuropäische Erdtheile. S. Ausführlichere Behandlung Deutschlands, übersichtlichere des übrigen Europas mit Ausnahme der Preußischen Staaten. 2 St. L. Krause. Naturgeschichte nach v. Schubert Lehrbuch ꝛc. Zoologie. 2 St. W. Conr. Beyer. S. Dr. Hoppe. Mathematik nach Lorenz l. c. W. Elemente der Planimetrie. 4 St. Wiederholung des arithmetischen Cursus des vorigen Halbjahrs. 1 St. S. Elemente der gemeinen Arithmetik in Ziffern und Buchstaben, mit Einschluß

der Decimalbrüche. Gleichungen des ersten Grades mit Einer unbekannten Größe. 3 St. Wiederholung des geometrischen Cursus des Wintersemesters. 1 St. Derselbe. Kalligraphie. 2 St. Lehrer Witte. Deutsch. Grammatik nach Heinsius l. c. W. Vom Pronomen, Verbum, dessen Modi und Rection, wie auch von den Casus, Präpositionen und Conjunctionen. S. Lehre von den Sätzen, der Wort- und Satzfolge und Elemente der Prosodie. Daneben schriftliche Ausarbeitungen und Declamationsübungen. 3 St. Oberlehrer Dr. Knick. Latein. Cornel. Vorrede, Miltiades, Cimon, Lysander, Alcibiades, Conon, Iphicrates, Pelopidas, Thrasybulus, Chabrias, Epaminondas, Agesilaus, Hannibal. 3 St. Extemporalien und Exercitien. 2 St. Grammatik nach O. Schulz l. c. W. Syntaxis convenientiae. Von der Syntaxis rectionis die Casuslehre. S. Die für V. VI. ausgeschiedenen Theile der Formenlehre. 3 St. L. Krause. Französisch. Elemente der Sprache bis zu den Verbes irréguliers incl. nach Mozin, nebst Uebersetzung einer Auswahl der in dem Lehrbuche beigefügten Uebungsaufgaben (halbjähriger Cursus in zwei Abtheilungen). 2 St. Subr. Dr. Kosse. Griechisch. Jacobs Elementarbuch Cursus I. I.—IX. mit Auswahl. 2 St. Grammatik nach Buttmann l. c. Elemente bis zu den Verbis puris incl. Exercitien und Extemporalien nach Rost und Wüstemann l. c. Cursus I. (Halbjähriger Cursus in zwei Abtheilungen). W. 2, S. 3 St. Dr. Hoppe.

Quinta und Sexta. Ordinarius Oberlehrer Dr. Knick. Religionskenntnisse. Darstellung des Lebens Jesu nach Kabath (Biblische Geschichten des N. T.) und katechetische Behandlung aller fünf Hauptstücke des Katechismus nach Schwarzer l. c. 2 St. Oberl. Dr. Knick. Geschichte. W. Biographische Darstellung einzelner ausgezeichneter Männer der neuen Geschichte. S. Desgl. aus der alten Geschichte. Zum Grunde lag Böttiger l. c. 2 St. Subr. Dr. Kosse. Geographie. W. Europa. S. Außereuropäische Erdtheile. 2 St. Derselbe. Naturgeschichte nach v. Schubert l. c. W. Geschichte des festen Erdkörpers und Mineralogie. S. Botanik. 2 St. Conr. Beyer. Rechnen. Lehre von den vier Species in ganzen und gebrochenen Zahlen, Regel de Tri, auf die Proportionslehre gegründet, und deren Anwendungen. Kopf- und Zifferrechnen ward verbunden. Benutzt werden Scholz Aufgaben zum Zifferrechnen. (Halbjähriger Cursus in zwei Abtheilungen.) 6 St. Dr. Hoppe. Kalligraphie. 4 St. Lehrer Witte. Deutsch. Grammatik nach Heinsius l. c. Von den Redetheilen und deren Beugung, dem Substantiv und dessen Declination, der Bildung, Declination und Comparation des Adjectivs, dem Pronomen, dem Verbum und der Conjugation desselben, den Nebenbestandtheilen der Sprache. — Rection der Wörter. — Interpunktion. — Declamationsübungen. Lecture des Wilmsenschen Kinderfreundes. Anfertigung kleiner schriftlicher Ausarbeitungen, namentlich von Seiten der Quintaner. 4 St. L. Krause. Latein. Grammatik nach O. Schulz l. c. Die Formenlehre in ihrem ganzen Umfange, mit Weglassung einzelner für Quarta vorbehaltener minder wichtiger Theile. (Halbjähriger Cursus in zwei Abtheilungen.) W. 4, S. 5 St. Lecture: Ellendt Lat. Lesebuch. Passende Abschnitte, für V. aus dem zweiten, für VI. aus dem ersten Cursus. W. 6, S. 5 St. Oberlehrer Dr. Knick.

Der am Mittwoch und Sonnabend von 2—4 Uhr an Gymnasiasten aller Klassen, welche daran Theil zu nehmen wünschen, ertheilte Unterricht im Zeichnen hat während des verflossenen Jahres fortgedauert, aber nicht die Theilnahme gefunden, welche frühere Aeußerungen über die Wünschenswürdigkeit desselben erwarten ließen. — Dagegen ist es noch nicht möglich gewesen, etwas für die musikalische Entwickelung unserer Schüler zu thun, ungeachtet der Gegenstand nicht aus den Augen verloren ist, und fortwährend ein zweckmäßiger Gesangunterricht als ein noch unbefriedigtes Bedürfniß unserer Anstalt von uns betrachtet wird. Ein Gleiches gilt von angemessen eingerichteten Leibesübungen.

C. Chronik.

Wenn in dem verflossenen Schuljahre das Gymnasium keinen Verlust in den Reihen der Männer zu beklagen hat, welche seine Höheren Aufsichtsbehörden bilden, so ist dagegen aus der Mitte des Verehrten Curatoriums der Anstalt das älteste Mitglied durch den Tod abgerufen worden, der K. Superintendent und erste Prediger hieselbst, Herr Johann Justin Henkel. Der Verstorbene war am 8ten October 1772 zu Lichtenberg in der Mittelmark geboren, besuchte 1786 — 1791 die Oberschule zu Frankfurt a. d. O., und hierauf die Universität dieser Stadt in den Jahren 1791 — 1793. Hier vertheidigte er i. J. 1793 öffentlich seine pro stipendio geschriebene theologische Dissertation: diss. theol., qua inspirationem evangeliorum actorumque apostolorum sine ullo religionis christianae damno negari posse disputatur. Von dort bezog er die Universität Halle, auf welcher er in dem gedachten und dem folgenden Jahre neben seinen theologischen Studien Mitglied des damals unter der Leitung von F. A. Wolf stehenden philologischen Seminars war. J. J. 1795 ward er Conrector am hiesigen Gymnasium, welche Stelle er bis 1805 verwaltete, wo ihn ein Ruf als Prediger zu Stolzenhagen, Neuendorf und Scholwin bei Stettin der Anstalt entzog, der er seine Jugendkraft gewidmet hatte. Nach dem Tode des Superintendenten Drews kehrte er i. J. 1817 als dessen Nachfolger nach Neustettin zurück, und trat auch mit dem Gymnasium theils als Inspector desselben, theils als Lehrer (er hatte vier wöchentliche Lehrstunden an demselben zu ertheilen) in neue Verbindung. Bei der Aufhebung des Inspectorats i. J. 1833 ward er Mitglied des neuorganisirten Curatoriums. Als Lehrer ertheilte er anfangs den Religions- späterhin den Hebräischen Unterricht in den beiden Oberklassen. Um Michaelis v. J. befiel ihn eine complicirte Krankheit, welche nach langem Leiden am 29sten Januar l. J. seinem Leben ein Ende machte. Am 2ten Februar begleiteten Lehrer und Schüler des Gymnasiums in feierlichem Zuge die Leiche des Entschlafenen zum Grabe, und nach Beendigung der Feier sprach der Rector der Anstalt im Auditorium des Gymnasialgebäudes vor Lehrern und Schülern, denen auch die Leidtragenden und andere Theilnehmer der Bestattung sich angeschlossen hatten, einige Worte, wie sie dem Augenblicke angemessen schienen. Friede sei mit dem Verstorbenen!

Das Lehrercollegium bestand beim Anfange des Schuljahres außer dem Unterzeichneten aus den Herren Prorector, Prof. Dr. Klütz, Conrector Beyer, Subrector Dr. Kosse, Oberlehrer Dr. Knick, welcher in sein nun definitiv angetretenes Amt am Tage der öffentlichen Prüfung eingeführt werden konnte, Gymnasiallehrer Dr. Hoppe und Zeichen- und Schreiblehrer Witte. In die durch den Austritt des Herrn Dr. Hertell, jetzigen ersten Predigers zu Schlawe, erledigte Stelle war der Dr. Hoppe eingerückt, und zum Nachfolger des letzteren der bisherige Schulamtscandidat Herr Krause zu Berlin ernannt. Wenige Tage nach dem Beginn des neuen Schuljahres konnte der Rector, durch das Wohllöbliche Curatorium der Anstalt beauftragt, diesen am 14ten October v. J. in Gegenwart der gedachten Verehrten Behörde, des Lehrercollegiums und der Schüler mit einigen glückwünschenden und das neue Verhältniß bezeichnenden Worten in sein Amt einführen. Der neue Lehrer sprach darauf eine kurze Erwiederungsrede. Herr Krause hat den von seinem Vorgänger ertheilten Unterricht in beiden Mittelklassen, so wie den in der Religion und Geographie in IV.; den Deutschen aber in V. VI. übernommen. *)

---

*) Herr A. W. E. Krause ward i. J. 1808 zu Rügenwalde geboren. Er besuchte das Gymnasium zu Cöslin, studierte hierauf 3 Jahre in Berlin, wo er am Cölnischen Realgymnasium das gesetzliche Probejahr bestand, und seitdem 1¾ Jahre Mitglied des K. Seminars für Gelehrtenschulen war, in welcher Eigenschaft er am Ver-

Durch den Tod des K. Superintendenten Dr. Henkel trat eine neue Lücke in dem Lehrercollegium ein. Der von demselben versehene Unterricht in der Hebräischen Sprache war während des Winterhalbjahrs eine Zeit lang auf Veranlassung der Krankheit des Verstorbenen ausgefallen, dann, als sich ergab, daß derselbe wenigstens eine längere Zeit von der Verwaltung seines Amtes werde fern gehalten werden, durch den Subrector Dr. Kosse und den Conrector Beyer verwaltet worden. Nach dem Tode des Dr. Henkel ward unter Genehmigung des von K. Hochwürdigem Consistorium und Provinzial-Schulcollegium dazu committirten K. Regierungs- und Schulraths, Herrn Ulrich zu Cöslin, für das Sommerhalbjahr diese Angelegenheit dahin geordnet, daß vorläufig der Conrector Beyer und der Lehrer Krause den Hebräischen Unterricht, jener in Prima, dieser in Secunda gegen eine Remuneration von je 50 Rthlr. für das Jahr übernahmen. Conrector Beyer überließ diese Remuneration dem Lehrer Dr. Hoppe gegen Uebernahme zweier anderweitigen Lehrstunden. Der Besetzung der Stelle des Verstorbenen sieht das Gymnasium nunmehr entgegen.

Es sei hier sogleich erwähnt, daß das Wohlwollen der uns vorgesetzten Hohen Behörden sich der Anstalt auch dadurch bewährt hat, daß unter dem 12ten December v. J. dem Oberlehrer Dr. Knick und den Gymnasiallehrern Dr. Hoppe, Krause und Witte aus den Ueberschüssen früherer Jahre, theils als Anzugsvergütigung, theils als Gratification die Summen von resp. 70, 50, 30 und 25 Rthlr. bewilligt wurden.

Durch Krankheiten sind auf kürzere Zeit die meisten Lehrer der Anstalt, auf längere während des Winterhalbjahres der Subrector Dr. Kosse, ungeachtet derselbe lange der Aufgebung seiner Thätigkeit mit Nichtbeachtung eines schmerzlichen Uebels widerstrebte, dem Amte entzogen worden. Der Conrector Beyer machte mit Urlaub zu Michaelis v. J. und zu Ostern l. J. Reisen in eigener Angelegenheit.

Am 17ten September v. J. hatte das Gymnasium die Ehre, den Herrn Regierungspräsidenten Fritsche aus Cöslin in seinen Mauern zu sehen. Der Verehrte Gast wohnte einigen Lectionen in Prima und Secunda bei, und hinterließ uns den wohlthuenden Eindruck einer nachsichtigen Humanität und Freundlichkeit.

Am 21sten dess. M. ward die mündliche Prüfung von sechs Abiturienten des Gymnasiums, welche seit dem 18ten August die gesetzlichen schriftlichen Arbeiten angefertigt hatten, unter dem Vorsitze des K. Commissarius, Herrn Regierungs- und Schulraths Ulrich, in vorschriftsmäßiger Gegenwart auch derjenigen Lehrer des Gymnasiums, welche nicht Mitglieder der Prüfungscommission sind, gehalten, und es konnte fünf der Geprüften das Zeugniß der Reife ertheilt werden. Es waren:

1. Karl Drews aus Neustettin, 17 Jahre alt, 10 Jahr Schüler des Gymnasiums, seit $2\frac{1}{2}$ Jahren Mitglied der ersten Klasse desselben, welcher in Berlin Jurisprudenz studiert.

---

linischen Gymnasium zum Grauen Kloster unterrrichtete. Von dort ward er abseiten des K. Consistoriums und Provinzial-Schulcollegiums für Pommern an unser Gymnasium berufen. Als Schriftsteller hat er sich auf dem Gebiete der Römischen Literaturgeschichte durch folgende Schriften bekannt gemacht:

1. De Suetonii fontibus et auctoritate. Berol. 1831.
2. Vitae et fragmenta veterum historicorum Romanorum. Berol. 1833.
3. Geschichte der Römischen Litteratur. Erster Abschnitt, enthaltend den Anfang der epischen Poesie. Berlin 1835.

2. Adolf Wiener aus Murawanny Goslin, 23½ Jahre alt, 3½ Jahre auf dem Gymnasium, 1½ Jahre in Prima. Er ging gleichfalls nach Berlin, um sich auf der dortigen Universität zum Lehrfache vorzubereiten.
3. Rudolf Prochel aus Waldow bei Rummelsburg, 21½ Jahre alt, 3½ Jahre auf der Anstalt, 2 Jahre Primaner. Er bezog, zum Studium der Theologie bestimmt, die Universität Greifswald.
4. Hermann Meyer aus Klein-Mellen bei Dramburg, 18 Jahre alt, seit 5 Jahren dem Gymnasium, seit 2 Jahren der ersten Klasse angehörig, ging nach Berlin, um sich der Theologie zu widmen.
5. Bernhard Roloff aus Reinfeld bei Schievelbein, 20¾ Jahre alt, seit 8 Jahren auf dem Gymnasium, seit 2½ in Prima, widmet sich ebenfalls der Theologie auf der Universität Berlin.

Am 3ten October ward die Michaeliscensur aller Klassen gehalten, und am 5ten durch die öffentliche Prüfung derselben, durch die feierliche Einführung des Dr. Knick, welcher am vorhergehenden Tage vereidigt war, und durch die Entlassung der oben genannten Abiturienten das Schuljahr geschlossen.

Am 12ten October ward das neue Semester eröffnet.

Am 14ten dess. M. fand die Vereidung und Einführung des L. Krause Statt.

Am 1sten November traf der um das Schulwesen der Provinz hochverdiente K. Consistorialrath, Herr Ritter Dr. Koch hieselbst zu einer Revision des Gymnasiums ein. Dieselbe fand am 2ten bis 6ten dess. M. durch Anwesenheit beim Unterrichte, Durchsicht der von den Primanern während des vorigen Halbjahrs angefertigten schriftlichen Arbeiten, Berathungen mit dem Curatorium und dem Lehrercollegium der Schule, wie durch eine Ansprache an die versammelten Klassen Statt, und am 8ten verließ uns der Hochverehrte Gast, uns mehrfache Belehrungen und Rathschläge und die Erinnerung an die uns bewiesene wohlwollende Humanität mit der Hoffnung auf Befriedigung der noch vorhandenen Bedürfnisse der Anstalt hinterlassend.

Am 15ten November empfingen die Lehrer des Gymnasiums gemeinschaftlich mit den meisten confirmirten Schülern desselben das h. Abendmahl.

Am 19ten December fand die Censur der vier unteren Klassen Statt.

Von dem am 29sten Januar l. J. erfolgten Ableben des Superintendenten Dr. Henkel, wie von der Leichenfeier desselben am 2ten Februar ward schon oben gesprochen.

Am 16ten Februar begann die schriftliche Maturitätsprüfung von eilf Abiturienten, welcher am 4ten und 5ten März die unter dem Vorsitze des K. Commissarius, Herrn 2c. Ulrich und in Gegenwart der jüngeren Lehrer des Gymnasiums angestellte mündliche Prüfung derselben folgte. Nachstehenden acht Abiturienten ward in Folge derselben das Zeugniß der Reife zuerkannt:

1. Albert Dörry, aus Rossow bei Stargard, 17¾ Jahre alt, 4 Jahre auf dem Gymnasium, 2 Jahre in Prima, ging zum Studium der Theologie und Philologie nach Königsberg i. Pr.
2. August Wilm aus Neustettin, 20 Jahre alt, 11½ Jahre im Gymnasium, 3 Jahre in Prima, studiert Theologie zu Berlin.
3. Emil Schaßler aus Deutsch-Crone, 21¼ Jahre alt, zuletzt 2½ Jahre auf dem Gymnasium, 2 Jahre in Prima, studiert Cameralwissenschaften zu Greifswald.
4. Albert Bütow aus Soldin, 21½ J. alt, seit 3 Jahren Mitglied des Gymnasiums, seit 2 Jahren von Prima, studiert gleichfalls Cameralien zu Breslau.
5. Maximilian Schmidt aus Pietrcowo im Königreich Polen, 21¼ Jahr alt, 3 Jahre lang dem Gymnasium, 2 davon der ersten Klasse angehörig, widmet sich zu Königsberg i. Pr. der Jurisprudenz.

6. Heinrich Caussé aus Latzkow bei Pyritz, fast 21 Jahre alt, war $3\frac{1}{4}$ Jahre auf dem Gymnasium, 2 Jahre Primaner, und bereitet sich zu Berlin für die Rechtskunde vor.
7. Friedrich Vanselow aus Bärwalde in Pommern, $18\frac{1}{4}$ Jahre alt, $5\frac{1}{2}$ Jahre auf dem Gymnasium, 2 Jahre in Prima, wird zu Berlin Theologie studieren.
8. Felicyan Kaulfuß aus Posen, $18\frac{3}{4}$ Jahre alt, zuletzt seit $1\frac{1}{4}$ Jahren auf dem hiesigen Gymnasium und ebensolange in dessen erster Klasse, studiert zu Berlin Jurisprudenz.

Dieselben wurden, nachdem am 24sten März die halbjährliche Censur aller Klassen Statt gefunden hatte, am 25sten nach Beendigung des gewöhnlichen Osteractus durch den Rector entlassen, und hiemit zugleich das Halbjahr geschlossen.

Mit dem 11ten April ward das neue Semester eröffnet.

Am 27sten dess. M. fand der gemeinschaftliche Genuß des h. Abendmahls Statt.

Am 4ten Julius ward die vierteljährliche Censur der vier unteren Klassen gehalten.

Auch der Verein zur Unterstützung hülfsbedürftiger Gymnasiasten hat in dem Superintendenten Dr. Henkel den Vorstand seiner Generalverwaltung verloren, welche Lücke noch nicht wieder ausgefüllt ist. Die Zahl seiner Mitglieder beträgt gegenwärtig 43, die Einnahme p. a. 1. Julius 1835/6 mit Einschluß des vorjährigen Bestandes 112 Rthlr. 10 Sgr. 6 Pf., die Ausgabe für das gedachte Jahr 90 Rthlr. Es wurden 7 Gymnasiasten fortlaufende, zweien einmalige Unterstützungen ertheilt.

D. Statistik.

Die Schülerzahl des Gymnasiums betreffend, war dieselbe am 1sten Julius 1835 156, am 1sten Julius l. J. 159, unter welchen 39 Hiesige, 120 Auswärtige, (vgl. die angehängte Tabelle). Die Gesammtzahl der Unterwiesenen betrug während der letzten 6 Monate des Jahres 1835 171, während der ersten Hälfte des jetzigen Jahres 189, während des ganzen Jahres Jul. 1. 1835/6. 203.

Die Gymnasialbibliothek, welche, wie die übrigen Bibliotheken der Anstalt, der Dr. Hoppe als Bibliothekar verwaltet, bestand am 23sten August 1835 aus 410 Werken in 1025 Bänden. Dieselbe ist bis zum heutigen Tage, abgesehen von mehreren heftweise erscheinenden Werken, welche daher nicht jederzeit sofort gebunden und katalogisirt werden können, wie von mehreren noch nicht realisirten Bestellungen, vermehrt worden um 28 neue Werke in 73 Bänden und um 17 Bände Fortsetzungen, so daß außer den noch ungebundenen Werken, den Musikalien, Landcharten, Journalen und Schulschriften sie heute aus 438 Werken in 1115 Bänden besteht. Auch diesmal sind wir bei der Vermehrung dieser Bibliothek nicht auf unsere eigenen Mittel beschränkt gewesen, sondern haben uns sehr werthvoller Geschenke, wie besonders von Seiten Eines K. Hohen Ministeriums der Geistlichen ꝛc. Angelegenheiten, so auch einiger Freunde der Anstalt zu erfreuen gehabt. Von Seiten der genannten Hohen Behörde ward es nämlich durch die Geneigte Vermittlung des K. Hochwürdigen Consistoriums außer der Fortsetzung von Hegels Werken (Bd. X. I. XVII. XV.), des Stephanusschen Thesaurus (Paris. Ausgabe Vol. III. Fasc. I. Vol. II. Fasc. V.), des Bernhardyschen Suidas (I, 2. II, 1. 2.), von Bernd's Allgemeiner Schriftenkunde der gesammten Wappenwissenschaft ꝛc. (Th. III.), Ermans Reise um die Erde (Abth. II. Th. I. nebst dem „Verzeichniß von Thieren und Pflanzen, welche auf einer Reise um die Welt gesammelt wur-

2

den" ꝛc.) und Dietrichs Flora regni Borussici (Th. III.) — noch zugesandt: Graffs Althochdeutscher Sprachschatz (bis jetzt Band I. und Eine Lieferung von B. II.) und Gloger's Vollständiges Handbuch der Naturgeschichte der Vögel Europas ꝛc. Th. I. Breslau 1834; für welche werthvollen Geschenke wir hiedurch unsern ehrerbietigsten Dank aussprechen. Von Privatpersonen wurden der Bibliothek geschenkt: von dem Herrn Prediger Klütz zu Zamborst bei Jastrow: J. J. A. Ide Theorie der Bewegung der Weltkörper unseres Sonnensystems, nach de la Place frei bearbeitet ꝛc. Berlin 1800. Vollständige Abhandlung der theoretischen und practischen Lehre von der Electricität, nebst einigen Versuchen, von Tib. Cavallo u. s. w. Aus dem Englischen übersetzt ꝛc. (von J. S. Th. Gehler). Vierte Auflage. Leipzig 1797. (2 B.) Geometrie, nach einem neuen Plane bearbeitet ꝛc. von F. Schweins. Göttingen 1805 — 8. (2 B.) Grundzüge der philosophischen Naturwissenschaft von Hein. Steffens. Berlin 1806. Lehrbuch der Naturphilosophie von Dr. Oken ꝛc. Dritter Theil, erstes und zweites Stück; und von dem Herrn Prof. Dr. Klütz dessen Schrift: Die Gegenwart nach ihrem geistigen Standpunkte in Wissenschaft, Kunst und Leben. Mit besonderer Rücksicht auf Deutschland dargestellt von W. A. Klütz. Stargard 1831. Indem wir den geehrten Widmern dieser Geschenke unsern aufrichtigen Dank für ihre auch hier bewiesene Theilnahme für die Zwecke des Gymnasiums hier öffentlich aussprechen, freuen wir uns der Bemerkung, daß doch jedes Jahr einige ähnliche Beweise freundlichen Entgegenkommens von Seiten des Publicums darbietet, und hoffen, daß auch zukünftige ähnlich und noch reicher bezeichnet werden mögen. — Aus eigenen Mitteln sind für diese Bibliothek angeschafft worden der Böckh'sche Pindar, Cornelius Nepos von van Staveren in der Bardilischen Erneuung, Fronto von Niebuhr, Ovids Fasten von Gierig, Cicero von Orelli, Lambins Commentar zum Horaz in dem Coblenzer Abdruck, Creuzers und Mosers Ausgabe des Cicero de legg., die Ruperti'sche Ausgabe des Juvenal, so wie der Scholiast zum Juvenal, in Cramers Ausgabe — Twestens Dogmatik und Schwarz christliche Ethik — Flathes Geschichte von Macedonien, Zachariäs Sella, Rehms Handbuch der Geschichte des Mittelalters, Bartholds Georg von Frundsberg — Munkes Handbuch der Naturlehre, Döbereiners Anfangsgründe der Chemie und Stöchiometrie — Ohm's System der Mathematik, Klügels Mathematisches Wörterbuch mit den Supplementen von Grunert — W. Müllers Bibliothek Deutscher Dichter des 17ten Jahrh. Ueberdies fand sich eine Gelegenheit, das unvollständige Exemplar des Auszuges aus der großen Allgemeinen Weltgeschichte um 4 Bände (13 — 16.) und das sehr unvollständige der Allgemeinen Deutschen Bibliothek fast bis zur Vollständigkeit hin für einen geringen Preis zu bereichern; wie denn auch die früher begonnenen Werke: Berzelius Lehrbuch der Chemie, übersetzt von Wöhler und Jos. v. Hammers Geschichte des Osmanischen Reiches vollendet, das Corpus Script. hist. Byzant., Heerens und Ukerts Geschichte der Europäischen Staaten, so wie Ritters Erdkunde und Bischoffs u. s. w. Naturgeschichte der drei Reiche fortgesetzt wurden. Ein Gleiches geschah mit der Jenaer Allgemeinen Literaturzeitung und den Jahrbüchern für wissenschaftliche Kritik. Die Anschaffung dieser, wie mancher anderen zu erwartenden Werke ward durch die Fürsorge des K. Hochwürdigen Consistoriums möglich, welches durch die oben erwähnte Verfügung vom 12ten Decbr. 1835 zur Vermehrung unserer Unterrichtshülfsmittel aus den Ueberschüssen der Jahre 1833 und 1834 die Summe von 175 Rthlr. bestimmte.

Die Lesebibliothek für Schüler, welche zu der angegebenen Zeit 623 Bände enthielt, hat einen Zuwachs von 103 Bänden gehabt, so daß sie gegenwärtig 726 Bände enthält; die Leihbibliothek, aus welcher bedürftigen Schülern Schulbücher geliehen werden, ist von 361 Bänden auf 371 vermehrt worden.

Der mathematisch-physikalische Apparat des Gymnasiums hat keine Vermehrung erfahren. Dagegen ist es möglich geworden, einen kleinen Anfang zu einer Mineraliensammlung zu machen, indem in zwei Ankäufen 178 Nummern Mineralien, theils einfache, theils Gebirgsarten, erworben wurden, welchen man einzelne, z. Th. schon früher, z. Th. jetzt von ehemaligen und jetzigen Schülern der Anstalt geschenkte Stücke beifügte. Diese neue Sammlung, wie den übrigen Apparat, zu beaufsichtigen hat der Conrector Beyer übernommen.

E. Prüfung und Actus.

Das Schuljahr wird, mit Gottes Hülfe, durch die am Dienstage den 4ten October l. J. zu haltende Schulprüfung, mit welcher die herkömmlichen Rede- und Declamationsübungen verbunden sind, geschlossen werden. Die Anordnung dieser Feierlichkeit, zu welcher das Wohllöbliche Curatorium der Anstalt, die Eltern unserer Schüler, so wie alle, welche an den Leistungen des Gymnasiums Antheil nehmen, hierdurch ehrerbietigst und ergebenst eingeladen werden, ist folgende:

Vormittags von 8 Uhr an wird die Schulprüfung, eröffnet durch ein von dem Rector gesprochenes Gebet, in folgender Ordnung abgehalten:

Quinta u. Sexta. Geschichte. Subr. Dr. Kosse. Deutsch. L. Krause.
Quarta. Mathematik. Dr. Hoppe. Lateinisch. L. Krause.
Tertia. Mathematik. Dr. Hoppe. Geschichte. Subr. Dr. Kosse.
Secunda. Mathematik. Conr. Beyer. Griechisch. Dr. Knick.
Prima. Mathematik. Conr. Beyer. Deutsche Literatur. Prof. Dr. Klütz.

Nachmittags von 3 Uhr an finden die Declamationen und Redeübungen in nachstehender Reihenfolge Statt:

Der Sextaner Herm. Heydrich: die beiden Wanderer von Gellert.
Der Quintaner Kugler: die Widersprecherinn von demselben.
Der Kleinquartaner Kunze: der Raubritter von Conz.
Der Großquartaner Thömer: der Wilde von Seume.
Der Kleinprimaner Fischer spricht französisch über die Worte Quinault's:

Il n'est point de resistance,
Dont le temps ne vienne à bout;
Et l'effort de la constance
À la fin doit vaincre tout.
L'onde se fait une route,
En s'efforçant d'en chercher;
L'eau, qui tombe goutte à goutte
Perce le plus dur rocher.

Der Kleintertianer Gerich: Monolog aus Schillers Jungfrau v. Orleans.
Der Großquartaner Hanisch: die Bürgschaft von Schiller.
Der Kleinsecundaner Dahlström: des Sängers Fluch von Uhland.
Der Kleinsecundaner Gercke: die deutschen Städte von M. v. Schenkendorf.

Der Großprimaner Koch spricht lateinisch über das Thema: Lingua latina cuilibet homini erudito necessaria.

Abschiedsrede des Primus omnium und Abiturienten Brykczynski.

Erwiderungsrede des Kleinprimaners **Salheim** über die Dichterstelle:

Ferne und steil ist der Pfad; doch, hast du den Gipfel erstiegen,
Freundlich geht dann in der Ebne er fort, und dein ist der Friede.

Entlassung der Abiturienten durch den Rector.
Bekanntmachung der Versetzungen und des Ausfalls der vorhergegangenen Censur durch denselben.

Diese Feierlichkeiten empfiehlt das Gymnasium hierdurch noch einmal einer wohlwollenden Theilnahme des Publicums.

Neustettin, den 22sten August 1836.

Giesebrecht,
Professor und Rector Gymn.

Statistische Uebersicht.

Lehrer, welche während des Schuljahres Michaelis 1835 bis dahin 1836 am Fürstlich-Hedwigischen Gymnasium zu Neustettin unterrichteten.	Schüler.								Abiturienten. Entlassen mit dem Zeugniß der Reife zum Studium der						Abiturienten.
	In	Waren 1835 Jul. 1.	Aufgenommen	Versetzt nach	Abgegangen	Waren 1836 Jul. 1.	Davon Hiesige	Davon Auswärtige	Theologie	Jurisprudenz	Cameralien	Medicin ꝛc.	Philosophie ꝛc.	Lehrstand	zur Universität
Superintendent Dr. **Henkel.**	I.	35	1	10	17	29	4	25	6	4	2	—	—	1	Berlin 9.
Rector Prof. **Giesebrecht.**	II.	25	4	11	8	22	4	18							Königsberg i. P. 2.
Prorector Prof. Dr. **Klütz.**	III.	29	6	21	7	38	6	32							Greifswald 2.
Conrector **Beyer.**	IV.	39	10	17	10	35	15	20							
Subrector Dr. **Kosse.**	V.	14	8	18	2	21	7	14							
Oberlehrer Dr. **Knick.**	VI.	14	18	—	—	14	3	11							
Gymnasiallehrer Dr. **Hoppe.**	S.	156	47	77	44	159	39	120							
Gymnasiallehrer **Krause.**															
Schreib- und Zeichen-Lehrer **Witte.**															

De ratione describendi formulam, integralis $\int\varphi(x)dx$ valorem, qui ad verum maxime accedat, exhibentem.

Inter varias rationes, quas mathematici inierunt ad computandum numerum, ad quem, dato differentiali $dy = \varphi(x)dx$, proxime accedat integrale $\int\varphi(x)dx$, primum locum obtinere et commentatione dignissima esse nobis videtur illa, quam invenit Gaussius. Atqui jam multi iique viri doctissimi de hac methodo commentati sunt et nova afferre res est difficilis. Qua de causa multum et diu dubitavimus in lucem proferre, quae de ratione a celeberrimo viro profecta conscripsimus, sed lectorum indulgentiae confidentes, nostra, quantulacunque sint, data ocasione, edere conamur.

Si, dato differentiali $dy = \varphi(x)dx$, quaeritur, qui sit valor integralis $\int\varphi(x)dx$, formula eum exhibens in universum describi potest. Nam functione $\varphi(x)$ in seriem secundum potestates variabilis x progredientem digesta totaque serie cum dx multiplicata, singulorum terminorum integralia consummata valorem integralis quaesiti conficiunt. Quod si series facta finitur termino quodam, veluti eo, quo x^n continetur, ideoque est ordinis n, pro ea quaevis series alia, per potestates veriabilis x progrediens, modo ne ordinem n excedat neve terminorum singulorum coefficientes sint constantes, ita ut vice coefficientium illius seriei limitatae fungi queant, substitui potest, cujus integrale cum istius integrali, quippe quum series ipsae prorsus non differant, plane oportet congruere. Sin autem series illa in terminum, qui x^n continet, neque desinit et terminos, potestatibus x^{n+1}, x^{n+2}, $x^{n+3}, \ldots$ affectos comprehendit, quorum valores sic tamen deminuuntur, ut licitum sit, negligere eos omnes, in locum seriei ordinem n transeuntis aliam, quae sit ordinis n et usque ad hunc terminum cui inhaeret x^n, conveniat cum illa, sufficere poteris, cujus in dx multiplicatae integrale valorem integralis $\int\varphi(x)dx$ faciet, qui quidem, quamquam est mancus, tamen tanto propius ad veritatem accedit, quanto minores snnt seriei functionem $\varphi(x)$ aequantis termini neglecti. Necesse igitur est, seriem ordinis n constituere, quae usque ad terminum, quo x^n continetur, par sit alteri eique ordinem n transeunti.

Valoribus variabilis x inter limites certos interjectis iisque progressionem arithmeticam conficientibus, facillime functio $\varphi(x)$ in seriem ordinis n potest conformari, quae, quanti valeat $\varphi(x)$ pro illis ipsius x valoribus omnibus, cum extremis, tum intermediis exacte suppeditat et dummodo universe liceat, in locum functionis $\varphi'(x)$, quae forma vice ipsius $\varphi(x)$ fungatur, quoad x intra fines certos aequabilibus incrementis augescit, substituere seriem ordinis n, pro $\varphi'(x)$ confectam, integratione hujus cum dx multiplicatae vel verus vel mancus efficitur valor integralis $\int\varphi(x)dx$, certis finibus variabilis x constitutis usurpandi. Jam vero

transeamus ad describendam formulam, qua valor integralis $\int\varphi(x)dx = y$, dum variabilis x intra limites g et h sese tenet, computari potest. Constituamus igitur $h - g = \Delta$ ac proinde $h = g + \Delta$, ut valor integralis $\int\varphi(x)dx = y$, variabili x limitibus g et $g + \Delta$ circumscripta nobis sit eruendus; porro fingamus, generaliter esse $x = g + \Delta t$ intra fines constitutos et $Y = \varphi(x)$, quoad x hos fines non excedat, unde habemus $Y = F(g + \Delta t) = \varphi(x)$ ac $\int\varphi(x)\,dx = \int F\,(g + \Delta t)\,\Delta dt = \Delta \int F(g + \Delta t)\,dt$. Deinceps si ponimus $t = 0$, $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n} \ldots \ldots \frac{m}{n}, \ldots . \frac{n}{n}$, pro $x = g + \Delta t$ exoriuntur $n + 1$ valores hi: g, $d + \frac{\Delta}{n}$, $g + \frac{2\Delta}{n}, \ldots . . g + \frac{m\Delta}{n} \ldots . . g + \Delta$ progressionem arithmeticam exhibentes, quibus pro x in functione $\varphi(x)$ per ordinem substitutis, $n + 1$ varii illius functionis valores exsistunt, quos literis $A, A', A'' \ldots . A^{(m)} \ldots . A^{(n)}$ notabimus, quocirca scribere licet

$$Y = a\,A + a'\,A' + a''\,A'' + \ldots . . + a^{(m)}\,A^{(m)} + \ldots \ldots + a^{(n)}\,A^{(n)},$$

modo coefficientium $a, a', a'' \ldots . . a^{(m)} \ldots . a^{(n)}$ ea sit natura, ut in universum fiat $a^{(m)} = 1$ atque $a = a' = a'' = \ldots . = a^{(m-1)} = a^{(m+1)} = \ldots . a^{(n)} = 0$, dum variabilis t aequat fractionem $\frac{m}{n}$. Exinde sequitur, coefficientes $a, a', a'', \ldots . a^{(m)} \ldots . a^{(n)}$ pendere ex variabili t, qua ponuntur $n + 1$ valores hi: $0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n} \ldots . . \frac{m}{n}, \ldots . \frac{n}{n}$ loco ipsius t. Quare si formulam per t eruere volumus pro illis coefficientibus, ita eam comparatam esse oportet, ut quisque pro n ipsius t valoribus evanescant et $= 1$ evadant pro uno definito. Quum $a^{(m)}$ vice singulorum $a, a', a'', \ldots . a^{(n)}$ fungatur, quanam ratione de t pendeat $a^{(m)}$, exponere sufficit. Coefficiens $a^{(m)} = 0$ esse debet, si valor ipsius t est 0, vel $\frac{1}{n}$, vel $\frac{2}{n}, \ldots . .$ vel $\frac{m-1}{n}, \frac{m+1}{n} \ldots . .$ vel $\frac{n}{n}$, id quod omnio fiet, posito illo

$$a^{(m)} = \left(t - \frac{0}{n}\right).\left(t - \frac{1}{n}\right).\left(t - \frac{2}{n}\right) \ldots . . \left(t - \frac{m-1}{n}\right).\left(t - \frac{m+1}{n}\right) \ldots . . \left(t - \frac{n}{n}\right)$$

$$= \frac{(nt - 0).(nt - 1).(nt - 2) \ldots . (nt - (m-1)).(nt - (m+1)) \ldots . . (nt - n)}{n^n}$$

Praeterea autem $a^{(m)} = 1$ oportet esse, si $t = \frac{m}{n}$. Substituamus igitur in formula pro $a^{(m)}$ descripta $\frac{m}{n}$ loco variabilis t, ut fiat

$$a^{(m)} = \frac{m\,(m-1)\,(m-2) \ldots . . 1.(-1) \ldots . . (m-n)}{n^n}.$$

Sed quum haec aequatio pro singulis $n + 1$ valoribus ipsius m numerum 1 facere nequeat, quia fractionis $\frac{m\,(m-1).(m-2) \ldots . . 1.(-1) \ldots \ldots (m-n)}{n^n}$ denominator major est numeratore, numero m ipsum n non superante ideoque numeratoris factoribus singulis non majoribus quam n, clare patet, formulam supra pro $a^{(m)}$ positam, quoniam, fractione $\frac{m}{n}$ pro t valente, numerum 1 non faciat, in universum coefficientis $a^{(m)}$ vicem sustinere non posse. Si vero cum fractione $\frac{n^n}{m\,(m-1).(m-2) \ldots \ldots 1.(-1) \ldots \ldots \ldots . (m-n)}$ dextram illius aequationis partem multiplicaveris, formula pro $a^{(m)}$ exsistet, quae utriusque quantitatis t ac m valoribus singulis satisfacit, quum exhibeat $a^{(m)} = 1$, vel $= 0$ exinde

ut vel $\frac{m}{n}$, vel per ordinem $\frac{0}{n}, \frac{1}{n}, \frac{2}{n} \ldots \frac{m-1}{n}, \frac{m+1}{n} \ldots \frac{n}{n}$ pro t suffeceris. Habemus igitur $a^{(m)} = \frac{(nt-0).(nt-1).(nt-2)\ldots(nt-(m-1)).(nt-(m+1))\ldots\ldots(nt-n)}{m(m-1).(m-2)\ldots\ldots 1.(-1).(-2)\ldots\ldots(m-n}$, quam fractionem, numeratoris factoribus inter se multiplicatis, in seriem secundum potestates variabilis t progredientem digerere possumus, ideoque scribere:

$$a^{(m)} = \frac{(-0)(-1)(-2)\ldots(-(m-1)).(-(m+1))\ldots(-n)}{m(m-1)(m-2)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n)} + \alpha^{(m)}t + \beta^{(m)}t^2 + \ldots$$

$$+ \mu^{(m)}t^{n-1} + \frac{n^n}{m(m-1)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n}t^n.$$

Hinc fit

$$a = 1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3 + \ldots + \frac{n^n}{(-1).(-2)\ldots(-n)}t^n$$

$$a' = 0 + \alpha' t + \beta' t^2 + \gamma' t^3 + \ldots + \frac{n^n}{1.(-1).(-2)\ldots(1-n)}t^n$$

$\vdots$

$$a^{(n)} = 0 + \alpha^{(n)}t + \beta^{(n)}t^2 + \gamma^{(n)}t^3 + \ldots + \frac{n^n}{n.(n-1)\ldots 2.1}t^n$$

Jam vero si ponimus $\frac{(-0).(-1).(-2)\ldots(-(m-1)).(-(m+1))\ldots(-n)}{m.(m-1)(m-2)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n)} = \mathfrak{A}$, erit pro singulis variabilis t valoribus

$$a^{(m)} = \mathfrak{A} + \alpha^{(m)}\frac{1}{n} + \beta^{(m)}\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \gamma^{(m)}\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots + \mu^{(m)}\left(\frac{1}{n}\right)^{n-1} + \frac{1^n}{m(m-1)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n)} = 0$$

$$a^{(m)} = \mathfrak{A} + \alpha^{(m)}\frac{2}{n} + \beta^{(m)}\left(\frac{2}{n}\right)^2 + \gamma^{(m)}\left(\frac{2}{n}\right)^3 + \ldots + \mu^{(m)}\left(\frac{2}{n}\right)^{n-1} + \frac{2^n}{m(m-1)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n)} = 0$$

$$a^{(m)} = \mathfrak{A} + \alpha^{(m)}\frac{3}{n} + \beta^{(m)}\left(\frac{3}{n}\right)^2 + \gamma^{(m)}\left(\frac{3}{n}\right)^3 + \ldots + \mu^{(m)}\left(\frac{3}{n}\right)^{n-1} + \frac{3^n}{m(m-1)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n)} = 0$$

$\vdots$

$$a^{(m)} = \mathfrak{A} + \alpha^{(m)}\frac{m}{n} + \beta^{(m)}\left(\frac{m}{n}\right)^2 + \gamma^{(m)}\left(\frac{m}{n}\right)^3 + \ldots + \mu^{(m)}\left(\frac{m}{n}\right)^{n-1} + \frac{m^n}{m(m-1)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n)} = 1$$

$\vdots$

$$a^{(m)} = \mathfrak{A} + \alpha^{(m)} + \beta^{(m)} + \gamma^{(m)} + \ldots \mp \mu^{(m)} + \frac{n^n}{m(m-1)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n)} = 0$$

et habemus n aequationes ad computandos $n-1$ coefficientes $\alpha^{(m)}, \beta^{(m)}, \gamma^{(m)} \ldots \mu^{(m)}$, quae, quum ⟨, numeris 1, 2, 3, 4, ... n pro m substitutis ⟩, quantitas $\mathfrak{A}$ evanescat, contra $= 1$ fiat, dum evanescit m, faciunt,

si $n = 1$ est, $\alpha = \frac{1'}{-1} = -1$ et $\alpha' = \frac{1'}{1} = 1$. variabili $t = 1$ posita;

si $n = 2$ est, $\beta = \frac{2^2}{(-1)(-2)} = 2$; $1 + \alpha.\frac{1}{2} + \beta.\frac{1}{4} = 0$ et $\alpha = -3$;

$$\beta' = \frac{2^2}{1.(-1)} = -4; \quad \alpha'.\frac{1}{2} + \beta'.\frac{1}{4} = 1 \text{ et } \alpha' = 4;$$

$\beta'' = \frac{2^2}{2.1} = 2$; $\alpha''.\frac{1}{2} + \beta''.\frac{1}{4} = 0$ et $\alpha'' = -1$, variabili $t = 1$ et $= \frac{1}{2}$ posita.

si $n=3$ est, $\gamma=\frac{3^3}{(-1).(-2).(-3)}=-\frac{9}{2}$; $1+\alpha+\beta+\gamma=0$

$$\gamma'=\frac{3^3}{1.(-1).(-1)}=\frac{27}{2};\ \alpha'+\beta'+\gamma'=0$$

$$\gamma''=\frac{3^3}{2.1.(-1)}=-\frac{27}{2};\ \alpha''+\beta''+\gamma''=0$$

$$\gamma'''=\frac{3^3}{3.2.1}=\frac{9}{2};\ \alpha'''+\beta'''+\gamma'''=1,\ \text{variabili } t=1$$

$$\text{et } 1+\alpha.\frac{1}{3}+\beta.\left(\frac{1}{3}\right)^2+\gamma.\left(\frac{1}{3}\right)^3=0;\ \alpha'.\frac{1}{3}+\beta'.\frac{1}{9}+\gamma'.\frac{1}{27}=1$$

$$\alpha''.\frac{1}{3}+\beta''.\frac{1}{9}+\gamma''.\frac{1}{27}=0;\ \alpha'''.\frac{1}{3}+\beta'''.\frac{1}{9}+\gamma'''.\frac{1}{27}=0,\ \text{variabili } t=\frac{1}{3}$$

posita, ideoque

$$\alpha=-\frac{11}{2};\ \alpha'=9;\ \alpha''=-\frac{9}{2};\ \alpha'''=1,$$

$$\beta=9;\ \beta'=-\frac{45}{2};\ \beta''=18;\ \beta'''=-\frac{9}{2},$$

$$\gamma=-\frac{9}{2};\ \gamma'=\frac{27}{2};\ \gamma''=-\frac{27}{2};\ \gamma'''=\frac{9}{2}.$$

si $n=4$ est, $\alpha=-\frac{25}{3}$; $\alpha'=16$; $\alpha''=-12$; $\alpha'''=\frac{16}{3}$; $\alpha^{IV}=-1$

$$\beta=\frac{70}{3};\ \beta'=-\frac{208}{3};\ \beta''=76;\ \beta'''=-\frac{112}{3};\ \beta^{IV}=-\frac{22}{3}$$

$$\gamma=-\frac{80}{3};\ \gamma'=96;\ \gamma''=-128;\ \gamma'''=\frac{224}{3};\ \gamma^{IV}=-16$$

$$\delta=\frac{32}{3};\ \delta'=-\frac{128}{3};\ \delta''=64;\ \delta'''=-\frac{128}{3};\ \delta^{IV}=\frac{32}{3}.$$

Si pro $a, a', a'' \ldots\ldots a^{(m)} \ldots\ldots a^{(n)}$ series ordinis n, quas supra conformavimus, in formula functionis Y substituimus, fit

$$\begin{aligned}
Y = {} & A\left(1+\alpha t+\beta t^2+\ldots\ldots+\frac{n^n}{(-1)(-2)\ldots\ldots(-n)}t^n\right)\\
& + A'\left(\alpha' t+\beta' t^2+\ldots\ldots+\frac{n^n}{1.(-1)\ldots\ldots(1-n)}t^n\right)\\
& + A''\left(\alpha'' t+\beta'' t^2+\ldots\ldots+\frac{n^n}{2.1.(-1)\ldots\ldots(2-n)}t^n\right)\\
& + \vdots\\
& + A^{(m)}\left(\mathfrak{A}+\alpha^{(m)} t+\beta^{(m)} t^2+\ldots\ldots+\frac{n^n}{m.(m-n)\ldots 1.(-1)\ldots\ldots(m-n)}t^n\right)\\
& + \vdots\\
& + A^n\left(\alpha^{(n)} t+\beta^{(n)} t^2+\ldots\ldots+\frac{n^n}{n(n-1)\ldots\ldots 2.1}t^n\right)
\end{aligned}$$

Est igitur Y functio variabilis t algebraica integra ordinis n, quae pro singulis ipsius t valoribus quantitates $A, A', A'' \ldots\ldots A^{(m)} \ldots\ldots A^{(n)}$ praebet.

Pro eo quod quaevis functio $\varphi(x)$ in seriem per potestates variabilis x progredientem transfigurari potest, ponere licet, esse

$$\varphi(x) = F(g+\Delta t) = K + K't + K''t^2 + \ldots\ldots + K^{(n)}t^{(n)} + K^{(n+1)}.t^{n+1} + \ldots.$$

quam seriem pro statutis n + 1 ipsius t valoribus nota Y' designemus. Positis his, liquet, functionem Y', pro t fractionibus $\frac{0}{n}, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n} \ldots \frac{m}{n} \ldots \frac{n}{n}$ per ordinem substitutis, exhibere quantitates $A, A', A'' \ldots\ldots A^{(m)} \ldots\ldots A^{(n)}$, quas, ut supra demonstravimus etiam Y pro iisdem illius t valoribus praestat. Quamquam functiones Y et Y', si in locum variabilis t subdimus fractiones $\frac{0}{n}, \frac{1}{n}, \frac{2}{n} \ldots \frac{m}{n} \ldots \frac{n}{n}$, eosdem efficiunt valores, tamen exinde non sequitur, seriem pro functione Y formatam cum ea, quam per Y' significamus, in omnes partes exaequari, quippe quum Y sit functio ordinis n, contra Y' functio ordinis superioris esse possit. Sed perspicuum est, functionem Y', si series, huic conveniens, termino quodam terminetur ac proinde liceat statuere eam ordinis n, ipso n vice numeri indefiniti fungente, a functione Y, ut quae sit ordinis n, nihil differre: sin vero illa omnino non abrumpitur, etsi a functione Y discrepat, tamen hanc istius loco substituere possumus, si quidem conceditur negligere terminos, quibus potestates variabilis t gradum n egredientes continentur. Itaque si functio Y' sic est comparata, ut $Y = Y'$ queat poni, aequiparat integrali $y = \int\varphi(x)dx = \Delta \int F(g + \Delta t)dt$ integrale $\Delta \int Ydt$ intra variabilis t limites 0 atque 1. Sin $Y = Y'$ statuere permissum non sit, propterea quod seriei, quam per Y' significamus, termini posteriores parum deminuuntur, integrale $\Delta \int Ydt$ valorem integralis $y = \int\varphi(x)dx$ pro variabili x limitibus g et h circumscripta, exhibere nequit.

Jam vero, si $Y = Y'$ ponere licet, fit

$$y = \Delta \int \left| \begin{array}{l} A\left(1 + \alpha t + \beta t^2 + \ldots\ldots + \frac{n^n}{(-1)(-2)\ldots\ldots(-n)} t^n\right) dt \\ + A'\left(\alpha' t + \beta' t^2 + \ldots\ldots\ldots + \frac{n^n}{1.(-1)\ldots\ldots(1-n)} t^n\right) dt \\ + \\ \vdots \\ + A^{(m)}\left(\mathfrak{A} + \alpha^{(m)} t + \beta^{(m)} t^2 + \ldots\ldots + \frac{n^n}{m(m-1)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n)} t^n\right) dt \\ + \\ \vdots \\ + A^{(n)}\left(\alpha^{(n)} t + \beta^{(n)} t^2 + \ldots\ldots + \frac{n^n}{n(n-1)\ldots\ldots 2.\,1} t^n\right) dt \end{array} \right|$$

$$= \Delta \left| \begin{array}{l} A\left(t + \alpha\frac{t^2}{2} + \beta\frac{t^3}{3} + \ldots\ldots\ldots + \frac{n^n}{(-1).(-2)\ldots\ldots(-n)}.\frac{t^{n+1}}{n+1}\right. \\ + A'\left(\alpha'\frac{t^2}{2} + \beta'\frac{t^3}{3} \ldots\ldots\ldots + \frac{n^n}{1.(-1)\ldots\ldots(1-n)}.\frac{t^{n+1}}{n+1}\right. \\ + \\ \vdots \\ + A^{(m)}\left(\mathfrak{A}\, t + \alpha^{(m)}\frac{t^2}{2} + \beta^{(m)}\frac{t^3}{3} + \ldots + \frac{n^n}{m(m-1)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n)}.\frac{t^{n+1}}{n+1}\right. \\ + \\ \vdots \\ + A^{(n)}\left(\alpha^{(n)}\frac{t^2}{n} + \beta^{(n)}\frac{t^3}{3} + \ldots\ldots + \frac{n^n}{n(n-1)\ldots\ldots 2.\,1}.\frac{t^{n+1}}{n+1}\right. \end{array} \right|$$

Deinceps si scribimus $R, R', R'', \ldots\ldots R^{(m)} \ldots\ldots R^{(n)}$ pro coefficientibus quantitatum A, A', $A'' \ldots\ldots A^{(m)} \ldots\ldots A^{(n)}$, efficitur formula

$y = \Delta\,(AR + A'R' + A''R'' + \ldots\ldots + A^{(m)}R^{(m)} + \ldots\ldots + A^{(n)}R^{(n)})$, pro qua in posterum utemur litera N.

Quum variabilis x quemlibet valorem habere possit, licet statuere $g = 0$ et $h = 1$, ita ut sit $\Delta = 1$ atque $\varphi(x) = F(t)$. Quo facto si fingimus $F(t) = t^r$, valorem integralis $\int(t^r)dt$, variabili t limitibus 0 et 1 circumscripta, per formulam N constituere quimus. Est enim $\int t^r dt = AR + A'R' + A''R'' + \ldots\ldots + A^{(m)}R^{(m)} + \ldots\ldots A^{(n)}R^{(n)}$, quumque sit $\int t^r dt$ etiam $= \frac{t^{r+1}}{r+1}$, item $A = 0^r$, $A' = \left(\frac{1}{n}\right)^r$, $A'' = \left(\frac{2}{n}\right)^r$, $A''' = \left(\frac{3}{n}\right)^r, \ldots\ldots A^{(m)} = \left(\frac{m}{n}\right)^r, \ldots\ldots$ $A^{(n)} = \left(\frac{n}{n}\right)^r$, erit

$$\frac{t^{r+1}}{r+1} = 0^r R + \left(\frac{1}{n}\right)^r R' + \left(\frac{2}{n}\right)^r R'' + \left(\frac{3}{n}\right)^r R''' + \ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^r R^{(m)} + \ldots + \left(\frac{n}{n}\right)^r R^{(n)},$$

unde sequitur

$$t = R + R' + R'' + R''' + \ldots\ldots + R^{(m)} + \ldots\ldots + R^{(n)}$$

$$\frac{t^2}{2} = \frac{1}{n}R' + \frac{2}{n}R'' + \frac{3}{n}R''' + \ldots\ldots + \frac{m}{n}R^{(m)} + \ldots\ldots + R^{(n)}$$

$$\frac{t^3}{3} = \left(\frac{1}{n}\right)^2 R' + \left(\frac{2}{n}\right)^2 R'' + \left(\frac{3}{n}\right)^2 R''' + \ldots\ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^2 R^{(m)} + \ldots\ldots + R^{(n)}$$

$$\vdots$$

$$\frac{t^n}{n} = \left(\frac{1}{n}\right)^{n-1} R' + \left(\frac{2}{n}\right)^{n-1} R'' + \left(\frac{3}{n}\right)^{n-1} R''' + \ldots\ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^{n-1} R^{(m)} + \ldots\ldots + R^{(n)}$$

$$\frac{t^{n+1}}{n+1} = \left(\frac{1}{n}\right)^n R' + \left(\frac{2}{n}\right)^n R'' + \left(\frac{3}{n}\right)^n R''' + \ldots\ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^n R^{(m)} + \ldots\ldots + R^{(n)},$$

et loco numerorum $R, R', R'' \ldots\ldots R^{(m)} \ldots\ldots R^{(n)}$ si ponimus series illas, quibus suffecti sunt, erit

$$\frac{t^{r+1}}{r+1} = \Sigma^{(n+1)}\left[\left(\frac{m}{n}\right)^r \cdot \left(\mathfrak{A}.t + \alpha^{(m)}\frac{t^2}{2} + \beta^{(m)}\frac{t^3}{3} + \ldots + \mu^{(m)}\frac{t^n}{n} + \frac{n^n}{m \ldots 1.(-1)\ldots(m-n)}\frac{t^{n+1}}{n+1}\right)\right]$$

$$\begin{array}{l|l|l|l|l}
= 0^r t + 0^r.\alpha & \frac{t^2}{2} + 0^r\,\beta & \frac{t^3}{3} + \ldots + 0^r\,k & \frac{t^{k+1}}{k+1} + \ldots + \frac{n^n}{(-1).(-2)\ldots\ldots(-n)} & \frac{t^{n+1}}{n+1} \\
\quad + \left(\frac{1}{n}\right)^r \alpha' & \quad + \left(\frac{1}{n}\right)^r \beta' & \quad + \left(\frac{1}{n}\right)^r K' & \quad + \frac{n^n}{1.(-1)\ldots\ldots(1-n)} & \\
\quad + \left(\frac{2}{n}\right)^r \alpha'' & \quad + \left(\frac{2}{n}\right)^r \beta'' & \quad + \left(\frac{2}{n}\right)^r K'' & \quad + \frac{n^n}{2.1.(-1)\ldots\ldots(2-n)} & \\
\quad + & \quad + & \quad + & \quad + & \\
\quad \vdots & \quad \vdots & \quad \vdots & \quad \vdots & \\
\quad + \left(\frac{m}{n}\right)^r \alpha^{(m)} & \quad + \left(\frac{m}{n}\right)^r \beta^{(m)} & \quad + \left(\frac{m}{n}\right)^r K^{(m)} & \quad + \frac{n^n}{m.(m-1)\ldots 1.(-1)\ldots(m-n)} & \\
\quad + & \quad + & \quad + & \quad + & \\
\quad \vdots & \quad \vdots & \quad \vdots & \quad \vdots & \\
\quad + \alpha^{(n)} & \quad + \beta^{(n)} & \quad + K^{(n)} & \quad + \frac{n^n}{n(n-1)\ldots\ldots 1} &
\end{array}$$

Hinc efficitur

$$\frac{t^{p+1}}{p+1} = 0^p t + \left(0^p \alpha + \left(\frac{1}{n}\right)^p \alpha' + \left(\frac{2}{n}\right)^p \alpha'' + \ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^p \alpha^{(m)} + \ldots\ldots + \alpha^{(n)}\right)\frac{t^2}{2} +$$
$$\left(0^p \beta + \left(\frac{1}{n}\right)^p \beta' + \left(\frac{2}{n}\right)^p \beta'' + \ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^p \beta^{(m)} + \ldots + \beta^{(n)}\right)\frac{t^3}{3} + \ldots\ldots +$$

$$\left(0^p \underline{K} + \left(\frac{1}{n}\right)^p . \underline{K'} + \left(\frac{2}{n}\right)^p . \underline{K''} + \ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^p . \underline{K^{(m)}} + \ldots\ldots + \underline{K^{(n)}}\right) \frac{t^{k+1}}{k+1} + \ldots.$$

$$+ \left(\frac{n^n}{(-1).(-2)\ldots.(-n)} + \frac{n^n}{1.(-1)\ldots.(1-n)} + \ldots + \frac{n^n}{m(m-1)\ldots.1.(-1)\ldots..(m-n)} + \frac{n^n}{n(n-1)\ldots.1}\right) \frac{t^{n+1}}{n+1}.$$

unde habemus

$$\underline{K} + \underline{K'} + \underline{K''} + \underline{K'''} + \ldots. + \underline{K^{(m)}} + \ldots. + \underline{K^{(n)}} = 0, \text{ si } p = 0$$

$$\frac{1}{n}\underline{K'} + \frac{2}{n}\underline{K''} + \frac{3}{n}\underline{K'''} + \ldots. + \frac{m}{n}\underline{K^{(m)}} + \ldots. + \underline{K^{(n)}} = 0, \text{ si } p = 1$$

$$\left(\frac{1}{n}\right)^2 \underline{K'} + \left(\frac{2}{n}\right)^2 \underline{K''} + \left(\frac{3}{n}\right)^2 \underline{K'''} + \ldots. + \left(\frac{m}{n}\right)^2 \underline{K^{(m)}} + \ldots. + \underline{K^{(n)}} = 0, \text{ si } p = 2$$

$$\vdots$$

$$\left(\frac{1}{n}\right)^k . \underline{K'} + \left(\frac{2}{n}\right)^k . \underline{K''} + \left(\frac{3}{n}\right)^k . \underline{K'''} + \ldots. + \left(\frac{m}{n}\right)^k \underline{K^{(m)}} + \ldots. + \underline{K^{(n)}} = 1, \text{ si } p = k$$

$$\vdots$$

$$\left(\frac{1}{n}\right)^n \underline{K'} + \left(\frac{2}{n}\right)^n \underline{K''} + \left(\frac{3}{n}\right)^n \underline{K'''} + \ldots. + \left(\frac{m}{n}\right) \underline{K^{(m)}} + \ldots. + \underline{K^{(n)}} = 0, \text{ si } p = n \text{ est.}$$

Si scribimus

$$\frac{t^{p+1}}{p+1} = 0^p t + \left(0^p \alpha_1 + \left(\frac{1}{n}\right)^p . \alpha'_1 + \left(\frac{2}{n}\right)^p \alpha''_1 + \ldots.. + \left(\frac{m}{n}\right)^p \alpha^{(m)}_1 + \ldots.. + \alpha^{(n)}_1\right) \frac{t^2}{2}$$

$$+ \left(0^p . \alpha_2 + \left(\frac{1}{n}\right)^p \alpha'_2 + \ldots. + \alpha^{(n)}_2\right) \frac{t^3}{2} + \ldots + \left(0^p . \alpha_k + \left(\frac{1}{n}\right)^p \alpha'_k + \left(\frac{2}{n}\right)^p \alpha''_k + \ldots. + \alpha^{(n)}_k\right) \frac{t^{k+1}}{k+1}$$

$$+ \ldots.. + \left(\varrho' + \varrho'' + \ldots + \varrho^{(m)} + \ldots + \varrho^{(n)}\right) \frac{t^{n+1}}{n+1}$$

in universum erit

$$0^q . \alpha_k + \left(\frac{1}{n}\right)^q \alpha'_k + \left(\frac{2}{n}\right)^q \alpha''_k + \left(\frac{3}{n}\right)^q \alpha'''_k + \ldots\ldots. + \alpha^{(n)}_k = 0 \text{ et}$$

$$0^k \alpha_k + \left(\frac{1}{n}\right)^k . \alpha'_k + \left(\frac{2}{n}\right)^k . \alpha''_k + \left(\frac{3}{n}\right)^k . \alpha'''_k + \ldots\ldots. + \alpha^{(n)}_k = 1.$$

Itaque si pro n ordine 0, 1, 2, 3, 4 substituuntur, fit:

1. $\alpha = 0$
2. $\alpha + \alpha' = 0;\ \alpha' = 1$, ergo $\alpha = -1$
3. $\alpha + \alpha' + \alpha'' = 0;\ \frac{1}{2}\alpha' + \alpha'' = 1;\ \frac{1}{4}\alpha' + \alpha'' = 0$, ergo $\alpha = -3,\ \alpha' = 4;\ \alpha'' = -1$

   $\beta + \beta' + \beta'' = 0;\ \frac{1}{2}\beta' + \beta'' = 0;\ \frac{1}{4}\beta' + \beta'' = 1$, ergo $\beta = 2,\ \beta' = -4;\ \beta'' = 2$
4. $\alpha + \alpha' + \alpha'' + \alpha''' = 0;\ \frac{1}{3}\alpha' + \frac{2}{3}\alpha'' + \alpha''' = 1;\ \frac{1}{9}\alpha' + \frac{4}{9}\alpha'' + \alpha''' = 0;\ \frac{1}{27}\alpha' + \frac{8}{27}\alpha'' + \alpha''' = 0$, ergo $\alpha = -\frac{11}{2};\ \alpha' = 9;\ \alpha'' = -\frac{9}{2};\ \alpha''' = 1$

   $\beta + \beta' + \beta'' + \beta''' = 0;\ \frac{1}{3}\beta' + \frac{2}{3}\beta'' + \beta''' = 0;\ \frac{1}{9}\beta' + \frac{4}{9}\beta'' + \beta''' = 1;\ \frac{1}{27}\beta' + \frac{8}{27}\beta'' + \beta''' = 0$, ergo $\beta = 9,\ \beta' = -\frac{45}{2},\ \beta'' = 18,\ \beta''' = -\frac{9}{2}$

$\gamma + \gamma' + \gamma'' + \gamma''' = 0;\ \frac{1}{3}\gamma' + \frac{2}{3}\gamma'' + \gamma''' = 0;\ \frac{1}{9}\gamma' + \frac{4}{9}\gamma'' + \gamma''' = 0;\ \frac{1}{27}\gamma' + \frac{8}{27}\gamma'' + \gamma''' = 1$, ergo $\gamma = -\frac{9}{2}$, $\gamma' = \frac{27}{2}$, $\gamma'' = -\frac{27}{2}$, $\gamma''' = \frac{9}{2}$.

5. $\alpha = -\frac{25}{3}$, $\alpha' = 16$, $\alpha'' = -12$, $\alpha''' = \frac{16}{3}$, $\alpha^{IV} = -1$; $\beta = \frac{70}{3}$, $\beta' = -\frac{208}{3}$, $\beta'' = 76$, $\beta''' = -\frac{112}{3}$, $\beta^{IV} = \frac{22}{3}$; $\gamma = -\frac{80}{3}$, $\gamma' = 96$, $\gamma'' = -128$, $\gamma''' = \frac{224}{3}$, $\gamma^{IV} = -16$; $\delta = \frac{32}{3}$, $\delta' = -\frac{128}{3}$, $\delta'' = 64$, $\delta''' = -\frac{128}{3}$, $\delta^{IV} = \frac{32}{3}$.

Possunt igitur etiam alio modo computari coefficientes α, α', α'', α''', α^{IV}.

Quum posuerimus $F(g+\Delta t) = K + K't^1 + K''t^2 + \ldots + K^{(m)}t^{(m)} + \ldots + K^{(n)}t^{(n)} + \ldots$ fit

$$\int F(g+\Delta t)dt = Kt + K'\frac{t^2}{2} + K''\frac{t^3}{3} + \ldots\ldots + K^{(m)}\frac{t^{m+1}}{m+1} + \ldots\ldots + K^{(n)}\frac{t^{n+1}}{n+1} + K^{(n+1)}\frac{t^{n+2}}{n+2} + K^{(n+2)}\frac{t^{n+3}}{n+3} + \ldots\ldots\ldots \quad (V)$$

qua in formula si loco quantitatum t, $\frac{t^2}{2}$, $\frac{t^3}{3}$, ... $\frac{t^{m+1}}{m+1}$, ... $\frac{t^{n+1}}{n+1}$, $\frac{t^{n+2}}{n+2}$ .... substituimus series, quas praebet formula N, efficitur

$$\begin{aligned}
(M)\ \int F(g+\Delta)dt = {} & K.\left(R + R' + R'' + \ldots\ldots + R^{(m)} + \ldots\ldots\ldots + R^{(n)}\right) \\
& + K'\left(\frac{1}{n}R' + \frac{2}{n}R'' + \ldots\ldots + \frac{m}{n}R^{(m)} + \ldots\ldots\ldots + R^{(n)}\right) \\
& + K''\left(\left(\frac{1}{n}\right)^2 R' + \left(\frac{2}{n}\right)^2 R'' \ldots\ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^2 R^{(m)} + \ldots\ldots = R^{(n)}\right) \\
& + \\
& \vdots \\
& + K^{(m)}\left(0^m R + \left(\frac{1}{n}\right)^m R' + \left(\frac{2}{n}\right)^m R'' + \ldots\ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^m R^{(m)} + \ldots\ldots + R^{(n)}\right) \\
& + \\
& \vdots \\
& + K^{(n)}\left(\left(\frac{1}{n}\right)^n R' + \left(\frac{2}{n}\right)^n R'' + \ldots\ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^n R^{(m)} + \ldots\ldots + R^{(n)}\right) \\
& + K^{(n+1)}\left(\left(\frac{1}{n}\right)^{n+1} R' + \left(\frac{2}{n}\right)^{n+1} R'' + \ldots\ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^{n+1} R^{(m)} + \ldots\ldots + R^{(n)}\right) \\
& + \\
& \vdots \\
& + K^{n+r}\left(\left(\frac{1}{n}\right)^{n+r} R' + \left(\frac{2}{n}\right)^{n+r} R'' + \ldots\ldots + \left(\frac{m}{n}\right)^{n+r} R^{(m)} + \ldots\ldots + R^{(n)}\right)
\end{aligned}$$

Quandoquidem formula N valorem integralis $\int\varphi(x)dx$ seu potius integralis $\Delta\int F(g+\Delta t)dt$ praestat, ubi Y' ordinis est ejusdem atque Y, forma integralis $\int F(g+\Delta t)dt$ proxima, quam per formulam N descripsimus, absolute integrale hoc ipsum exhibet, si potestates variabilis t, quae singulis seriei pro $F(g+\Delta t)$ conformatae terminis inhaerent, gradum n non excedunt, sin aliter, cum errore quodam, quem quidem monstrabimus jam nunc. Scilicet usque ad terminum, cui inhaeret $K^{(n)}$, uterque integralis $\int F(g+\Delta t)dt$ valor, et integer, quem formula V, et mancus, quem formula M exhibet, inter se congruunt, quum factores

coefficientium $K, K', K'' \ldots\ldots K^{(n)}$ in utraque formula, ut supra demonstravimus, sint iidem, sed inde a termino, quo continetur K^{n+1} eorundem coefficientium $K^{(n+1)}, K^{(n+2)} \ldots K^{(n+r)}$ factores inter se differunt, quippe in vero integralis $\int F(g+\Delta t)dt$ valore coefficiens $K^{(n+1)}$ multiplicatur in $\frac{t^{n+2}}{n+2}$, quae quantitas est ordinis $n+2$, contra in manco factor ejusdem $K^{(n+1)}$ tantummodo est ordinis $n+1$, et universe coefficientis $K^{(n+r)}$ factor illic est ordinis $n+r+1$ isque $\frac{t^{n+r+1}}{n+r+1}$, hic series ordinis $n+1$. Ut igitur doceamus, quid erretur, si functione Y' ordinem n transcendente, valor integralis $\int F(g+\Delta t)dt$ per formulam N constituatur, opus est scrutari, quantum inter se differant factores coefficientium $K^{(n+1)} \ldots\ldots K^{(n+r)}$ in formulis V et M. Termini, qui continent in se $K^{(n+r)}$, exhibent differentiam $K^{(n+r)}\left(\frac{t^{n+r+1}}{n+r+1} - \left(\frac{1}{n}\right)^{n+r} R' + \left(\frac{2}{n}\right)^{n+r} R'' - \ldots\ldots - R^{(n)}\right)$, quae vice ceterarum fungi potest, et, si statuimus, generaliter $k^{(n+r)}$ significare differentiam inter valorem verum integralis $\int t^{n+r}dt$, variabili t limitibus o et 1 circumscripta, atque per formulam N computatum, ita ut sit $k^{(n+r)} = \frac{t^{n+r+1}}{n+r+1} - \left(\frac{1}{n}\right)^{n+r} R' - \left(\frac{2}{n}\right)^{n+r} R'' - \left(\frac{3}{n}\right)^{n+r} R''' - \ldots\ldots - R^{(n)}$, quum uti ex supra memoratis apparet, $k^{(n)}, k^{(n-1)} \ldots\ldots k$ evanescant, supplementum integralis $\int F(g+\Delta t)dt$ ex formula N derivati haec efficit series;

$$K^{(n+1)}_{k^{(n+1)}} + K^{(n+2)}_{k^{(n+2)}} + K^{(n+3)}_{k^{(n+3)}} + \ldots\ldots + K^{(n+r)}_{k^{(n+r)}} + \ldots\ldots \quad (C)$$

Ad constituendum valorem differentiae $k^{(n+r)}$ ponamus, esse functionem

$$F(g+\Delta(t-\tfrac{1}{2})) = L + L'(t-\tfrac{1}{2}) + L''(t-\tfrac{1}{2})^2 + \ldots\ldots + L^{(n)}(t-\tfrac{1}{2})^n + L^{(n+1)}(t-\tfrac{1}{2})^{n+1} + \ldots$$

unde fit

$$\int F(g+\Delta(t-\tfrac{1}{2}))dt = L\int dt + L'\int(t-\tfrac{1}{2})dt + L''\int(t-\tfrac{1}{2})^2 dt + \ldots\ldots + L^{(n)}(t-\tfrac{1}{2})^n dt + L^{(n+1)}(t-\tfrac{1}{2})^{n+1}dt + \ldots\ldots$$

Quod si illa ordinem n egreditur, integralibus differentialium $dt, (t-\frac{1}{2})dt, (t-\frac{1}{2})^2dt, \ldots (t-\frac{1}{2})^n dt \ldots (t-\frac{1}{2})^{n+r}dt$ per formulam N constitutis, integralis $\int F(g+\Delta(t-\frac{1}{2}))dt$ valor efficitur mancus, qui cum vero usque ad terminum, cujus coëfficiens est $L^{(n)}$, prorsus congruit, sed termini sequentes utriusque valoris sibi discrepant. Sit igitur in universum $l^{(n+r)}$ differentia valoris veri integralis $\int(t-\frac{1}{2})^{(n+r)}dt$, variabili t limitibus o et 1 circumscripta, et illius, quem formula N facit, ut habeamus

$$l^{(n+r)} = \int\left(t-\frac{1}{2}\right)^{n+r}dt - \left(\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+r} R + \left(\frac{1}{n}-\frac{1}{2}\right)^{n+r} R' + \ldots\ldots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+r} R^{(n)}\right).$$

Est autem $\left(t-\frac{1}{2}\right)^{n+r} = t^{n+r} - \frac{1}{2}(n+r)t^{n+r-1} + \frac{1}{4}\frac{(n+r).(n+r-1)}{1.2}t^{n+r-2} - \ldots\ldots$

atque $\int\left(t-\frac{1}{2}\right)^{n+r}dt = \int t^{n+r}dt - \frac{1}{2}(n+r)\int t^{n+r-1}dt + \frac{1}{4}.\frac{(n+r).(n+r-1)}{1.2}\int t^{n+r-2}dt - \ldots\ldots$

unde fit

$$l^{(n+r)} = k^{(n+r)} - \tfrac{1}{2}(n+r)\,k^{(n+r-1)} + \tfrac{1}{4}\frac{(n+r).(n+r-1)}{1.2}k^{(n+r-2)} - \tfrac{1}{8}\frac{(n+r).(n+r-1).(n+r-2)}{1.2.3}k^{(n+r-3)} + \ldots\ldots$$
$$\pm \left(\tfrac{1}{2}\right)^m \frac{(n+r)(n+r-1)\ldots\ldots\ldots(n+r-m+1)}{1.2.3\ldots\ldots\ldots m}k^{(n+r-m)} \mp \ldots\ldots$$
$$\pm \left(\tfrac{1}{2}\right)^{r-1}\frac{(n+r).(n+r-1)\ldots\ldots\ldots(n+2)}{1.2.3\ldots\ldots\ldots(r-1)}k^{(n+1)}$$

ideoque

$$k^{(n+r)} = l^{(n+r)} + \tfrac{1}{2}(n+r)\,k^{(n+r-1)} - (\tfrac{1}{2})^2 \frac{(n+r).(n+r-1)}{1.2}\,k^{(n+r-2)} +$$
$$(\tfrac{1}{2})^3 \frac{(n+r)(n+r-1)(n+r-2)}{1.2.3}\,k^{(n+r-3)} - \ldots$$
$$\mp (\tfrac{1}{2})^m \frac{(n+r).(n+r-1)\ldots\ldots(n+r-m+1)}{1.2.3\ldots\ldots m}\,k^{(n+r-m)} \pm \ldots\ldots$$
$$\mp (\tfrac{1}{2})^{r-1} \frac{(n+r).(n+r-1)\ldots\ldots(n+2)}{1.2.3\ldots\ldots(r-1)}\,k^{(n+1)},$$

in qua formula aut signum — aut signum + scribendum est, prout m aut parem aut imparem contraque r aut imparem aut parem significat numerum.

Hinc sequitur

$$k^{(n+1)} = l^{(n+1)}$$
$$k^{(n+2)} = l^{(n+2)} + \tfrac{1}{2}(n+2)\,l^{(n+1)}$$
$$k^{(n+3)} = l^{(n+3)} + \tfrac{1}{2}(n+3).k^{(n+2)} - \tfrac{1}{4}.\frac{(n+3)(n+2)}{1.2}\,k^{(n+1)}$$
$$= l^{(n+3)} + \tfrac{1}{2}(n+3)\,l^{(n+2)} + \tfrac{1}{4}(n+3).(n+2)\,l^{(n+1)} - \tfrac{1}{4}\frac{(n+3)(n+2)}{1.2}\,l^{(n+1)}$$
$$= l^{n+3} + \tfrac{1}{2}(n+3)\,l^{(n+2)} + \tfrac{1}{4}\frac{(n+3).(n+2)}{1.2}\,l^{(n+1)}$$
$$k^{(n+4)} = l^{(n+4)} + \tfrac{1}{2}(n+4).\left(l^{(n+3)} + \tfrac{1}{2}(n+3).\,l^{(n+2)} + \tfrac{1}{4}\frac{(n+3).(n+2)}{1.2}\,l^{(n+1)}\right).$$
$$-\tfrac{1}{4}\frac{(n+4)(n+3)}{1.2}\left(l^{(n+2)} + \tfrac{1}{2}(n+2)\,l^{(n+1)}\right) + \tfrac{1}{8}\frac{(n+4).(n+3).(n+2)}{1.2.3}\,l^{n+1}$$
$$= l^{(n+4)} + \tfrac{1}{2}(n+4)\,l^{(n+3)} + \tfrac{1}{4}\frac{(n+4)(n+3)}{1.2}\,l^{(n+2)} + \tfrac{1}{8}\frac{(n+4).(n+3).(n+2)}{1.2.3}\,l^{n+1}.$$

Pari modo fit

$$k^{(n+5)} = l^{(n+5)} + \tfrac{1}{2}(n+5)\,l^{(n+4)} + \tfrac{1}{4}\frac{(n+5).(n+4)}{1.2}\,l^{(n+3)} + \tfrac{1}{8}\frac{(n+5).(n+4).(n+3)}{1.2.3}\,l^{(n+2)}$$
$$+ \tfrac{1}{16}\frac{(n+5).(n+4).(n+3)\;(n+2)}{1.2.3.4}\,l^{(n+1)}$$

et idcirco colligere licet, esse in universum

$$k^{(n+r)} = l^{(n+r)} + \tfrac{1}{2}.\frac{(n+r)}{1}\,l^{(n+r-1)} + (\tfrac{1}{2})^2\frac{(n+r)(n+r-1)}{1.2}\,l^{(n+r-2)}$$
$$+ (\tfrac{1}{2})^3.\frac{(n+r)(n+r-1)(n+r-2)}{1.2.3}\,l^{(n+r-3)}$$
$$+ \ldots + (\tfrac{1}{2})^m.\frac{(n+r)\ldots\ldots(n+r-m+1)}{1.2.3\ldots\ldots m}\,l^{(n+r-m)} + \ldots\ldots$$
$$+ (\tfrac{1}{2})^{r-1}\frac{(n+r)\ldots\ldots(n+2)}{1.2\ldots\ldots(r-1)}\,l^{(n+1)}$$

atque exinde sequi

$$k^{(n+r+1)} = l^{(n+r+1)} + \tfrac{1}{2}(n+r+1)\,l^{(n+r)} + (\tfrac{1}{2})^2.\frac{(n+r+1).(n+r)}{1.2}\,l^{(n+r-1)} + \ldots\ldots$$
$$+ (\tfrac{1}{2})^m.\frac{(n+r+1).(n+r)\ldots(n+r-m+2)}{1.2.3\ldots\ldots m}\,l^{(n+r-m+1)} + \ldots\ldots$$
$$+ (\tfrac{1}{2})^r.\frac{(n+r+1)\ldots\ldots(n+2)}{1.2\ldots\ldots r}\,l^{(n+1)},$$

id quod cum eo, ut differentiae $k^{(n+1)}$, $k^{(n+2)}$, $k^{(n+3)} \ldots\ldots k^{(n+r)}$ aequent series per $l^{(n+1)}$, $l^{(n+2)}$, $l^{(n+3)} \ldots\ldots l^{(n+r)}$ progredientes, demonstrari potest. Etenim est

$$
\begin{aligned}
k^{(n+r+1)} &= l^{(n+r+1)} + \tfrac{1}{2}(n+r+1)\,k^{(n+r)} - (\tfrac{1}{2})^2 \cdot \frac{(n+r+1)(n+r)}{1\,.\,2}\,k^{(n+r-1)} \\
&\quad + (\tfrac{1}{2})^3 \cdot \frac{(n+r+1)(n+r)(n+r-1)}{1\,.\,2\,.\,3}\,k^{(n+r-2)} - \ldots \\
&\quad \mp (\tfrac{1}{2})^m \frac{(n+r+1)\ldots\ldots(n+r-m+2)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots m}\,k^{(n+r-m+1)} \pm \ldots\ldots \\
&\quad \mp (\tfrac{1}{2})^r \frac{(n+r+1)\ldots\ldots(n+2)}{1\,.\,2\ldots\ldots r}\,k^{(n+1)},
\end{aligned}
$$

cujus formulae termini singuli aut signum $-$ aut signum $+$ habent, prout exponentes fractionis $\frac{1}{2}$ aut numeri pares aut impares sunt. Jam vero si pro differentiis $k^{(n+r)}$, $k^{(n+r-1)}$, $k^{(n+r-2)} \ldots\ldots k^{n+r-m+1} \ldots\ldots$ series, quas aequant, substitueris atque terminos singulos conjunxeris, quibus inhaerent eaedem differentiae $l^{(n+r-1)}$, $l^{(n+r-2)} \ldots\ldots$ $l(n+r-m) \ldots$, habebis

$$
\begin{array}{lll}
k^{(n+r+1)} = l^{n+r+1} & + \frac{1}{2}\frac{(n+r+1)}{1}\,l^{(n+r)} & \\
& + (\frac{1}{2})^2 \frac{(n+r+1)}{1} \cdot \frac{(n+r)}{1}\,l^{(n+r-1)} & - (\frac{1}{2})^2 \frac{(n+r+1)(n+r)}{1\,.\,2}\,l^{(n+r-1)} \\
& + (\frac{1}{2})^3 \frac{(n+r+1)}{1} \cdot \frac{(n+r).(n+r-1)}{1\,.\,2}\,l^{(n+r-2)} & - (\frac{1}{2})^3 \frac{(n+r+1)(n+r)}{1\,.\,2} \cdot \frac{n+r-1}{1}\,l^{(n+r-2)} \\
& + & - \\
& \vdots & \vdots \\
& + (\frac{1}{2})^m \frac{(n+r+1)}{1} \cdot \frac{(n+r)\ldots(n+r-m+2)}{1\,.\,2\ldots(m-1)}\,l^{(n+r-m+1)} & - (\frac{1}{2})^m \frac{(n+r+1)(n+r)}{1\,.\,2} \cdot \frac{(n+r-1)\ldots(n+r-m+2)}{1\,.\,2\ldots(m-2)}\,l^{(n+r-m+1)} \\
& + & - \\
& \vdots & \vdots \\
& + (\frac{1}{2})^r \frac{(n+r+1)}{1} \cdot \frac{(n+r)\ldots(n+2)}{1\,.\,2\ldots(r-1)}\,l^{(n+1)} & - (\frac{1}{2})^r \frac{(n+r+1)(n+r)}{1\,.\,2} \cdot \frac{(n+r-1)\ldots(n+2)}{1\,.\,2\ldots(r-2)}\,l^{(n+1)} \\
+ (\frac{1}{2})^3 \frac{(n+r+1)(n+r)(n+r-1)}{1\,.\,2\,.\,3}\,l^{(n+r-2)} & & \\
+ & & - \\
\vdots & & \vdots \\
+ (\frac{1}{2})^m \frac{(n+r+1)(n+r).(n+r-1)}{1\,.\,2\,.\,3} \cdot \frac{(n+r-2)\ldots(n+r-m+2)}{1\,.\,2\ldots(m-3)}\,l^{(n+r-m+1)} & & - \ldots \mp (\frac{1}{2})^m \frac{(n+r+1)\ldots(n+r-m+2)}{1\,.\,2\ldots m}\,l^{(n+r-m+1)} \\
+ & & - \ldots \mp \\
\vdots & & \vdots \\
+ (\frac{1}{2})^r \frac{(n+r+1)(n+r)(n+r-1)}{1\,.\,2\,.\,3} \cdot \frac{(n+r-2)\ldots(n+2)}{1\,.\,2\ldots(r-3)}\,l^{(n+r)} & & - \ldots \mp
\end{array}
$$

item

$$
\begin{aligned}
k^{(n+r+1)} &= l^{(n+r+1)} + \tfrac{1}{2}\,\frac{n+r+1}{1}\,l^{(n+r)} + (\tfrac{1}{2})^2 \frac{(n+r+1).(n+r)}{1\,.\,2}\,l^{(n+r+1)} \\
&\quad + (\tfrac{1}{2})^3 \frac{(n+r+1)(n+r).(n+r-1)}{1\,.\,2\,.\,3}\,l^{(n+r-2)} + (\tfrac{1}{2})^4 \sigma_4\,l^{(n+r-3)} \\
&\quad + (\tfrac{1}{2})^5 \sigma_5\,l^{(n+r-4)} + \ldots + (\tfrac{1}{2})^m \sigma_m\,l^{(n+r-m+1)} + \ldots + (\tfrac{1}{2})^r \sigma_r\,l^{(n+r)},
\end{aligned}
$$

ubi generatim

$$\underset{m}{\sigma} = [(n+r+1)\ldots\ldots(n+r-m+2)].\left[\frac{1}{1}.\frac{1}{1.2\ldots.(m-1)} - \frac{1}{1.2}.\frac{1}{1.2\ldots.(m-2)} + \frac{1}{1.2.3}.\frac{1}{1.2\ldots\ldots(m-3)} - \ldots. \pm \frac{1}{1.2\ldots\ldots(m-1)}.\frac{1}{1} \mp \frac{1}{1.2\ldots\ldots\ldots m}\right]$$

$$= [(n+r+1)\ldots\ldots(n+r-m+2)].\frac{1}{1.2.3\ldots\ldots m} = \frac{(n+r+1)\ldots\ldots(n+r-m+2)}{1.2\ldots\ldots\ldots m},$$

quippe quum perinde ut m aut numerum parem aut imparem significet, ita sit

$$(1-1)^m = 1 - \frac{m}{1} + \frac{m(m-1)}{1.2} - \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} + \ldots\ldots \mp \frac{m(m-1)\ldots.2}{1.2\ldots..(m-1)} \pm \frac{m(m-1)\ldots..1}{1\ldots\ldots m} = 0$$

et
$$\frac{1}{1.2\ldots\ldots m} = \frac{1}{1}.\frac{1}{1.2\ldots.(m-1)} - \frac{1}{1.2}.\frac{1}{1.2\ldots.(m-2)} + \frac{1}{1.2.3}.\frac{1}{1.2\ldots.(m-3)} - \ldots. \pm \frac{1}{1.2\ldots..(m-1)}.\frac{1}{1} \mp \frac{1}{1.2\ldots..m}.$$

Itaque fit

$$k^{(n+r+1)} = l^{(n+r+1)} + \tfrac{1}{2}(n+r+1)\,l^{(n+r)} + (\tfrac{1}{2})^2\frac{(n+r+1)(n+r)}{1.2}\,l^{(n+r-1)} + \ldots\ldots\ldots + (\tfrac{1}{2})^m\frac{(n+r+1)(n+r)\ldots.(n+r-m+2)}{1.2.3\ldots\ldots m}\,l^{(n+r-m+1)} + \ldots + (\tfrac{1}{2})^r\frac{(n+r+1)\ldots..(n+2)}{1.2\ldots\ldots r}\,l^{(n+1)}.$$

His argumentis allatis necessarie demonstratur, generaliter esse

$$(B)\quad k^{(n+r)} = l^{(n+r)} + \tfrac{1}{2}(n+r)\,l^{(n+r-1)} + (\tfrac{1}{2})^2\frac{(n+r)(n+r-1)}{1.2}\,l^{(n+r-2)} + (\tfrac{1}{2})^3\frac{(n+r)(n+r-1)(n+r-2)}{1.2.3}\,l^{(n+r-3)} + \ldots\ldots + (\tfrac{1}{2})^m\frac{(n+r)(n+r-1)\ldots.(n+r-m+1)}{1.2\ldots\ldots m}\,l^{(n+r-m)} + \ldots. + (\tfrac{1}{2})^{r-1}\frac{(n+r)\ldots.(n+2)}{1.2\ldots.(r-1)}\,l^{(n+1)}.$$

Quum variabilem $t = \frac{x-g}{\Delta}$, loco ipsius x in limine commentationis inductum, ita ut t habeat $n+1$ valores hos $0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n} \ldots\ldots \frac{n}{n}$, in formulis conformatis retinuerimus, formula N valorem integralis $\Delta\int F(g+\Delta t)dt$ computabilem pro singulis ipsius t valoribus suppeditabit, dummodo coefficientes $R, R', R'' \ldots\ldots R^{(n)}$ pro iisdem valoribus computati fuerint, ac formula B indicat errorem, qui inest integrali per formulam N computato. Interim non est, quod t servemus variabilem in formulis N, C, B, sed numero 1 ad aequata averti potest; tunc enim erit $F(g+\Delta t) = F(g+\Delta) = F(h) = \varphi(x)$ et formula N exhibebit integrale $\int\varphi(x)dx$, variabili x limitibus g atque h circumscripta, et prout vice ipsius h varii valores constituuntur, integralis valores his respondentes exsistunt, ita ut tali modo iidem valores integralis $\int\varphi(x)dx$ proveniant, qui variabili t retenta pro uno eodemque valore illius h oriuntur eoque majore difficultate, quod coefficientes una cum t variant, qui, numero 1 in hujus vicem substituto atque h variabili, sibi constant, quum nullo modo de variabili x pendeant. Ac profecto patet, quam maxime expedire, coefficientes $R, R', R'' \ldots\ldots R^{(n)}$ sibi constare, quantumvis $A, A', A'' \ldots\ldots A^{(n)}$ mutentur, praesertim quum functio $\varphi(x)$ ita componi possit, ut aptissima sit ad constituendum valorem quantitatum $A, A', A'' \ldots\ldots A^{(n)}$.

$R'' \ldots R^{(n)}$

Jam vero transeamus ad computandos coefficientes R, R′, R″ ..... $R^{(n)}$, numero 1 posito vice variabilis t. Sub hac conditione erit

$$R^{(m)} = \frac{(-0).(-1).....(-(m-1)).(-(m+1)).....(-n)}{m(m-1)\,......\,1.(-1)\,.....\,(m-n)} + \frac{\alpha^{(m)}}{2} + \frac{\beta^{(m)}}{3} + \frac{\gamma^{(m)}}{4} + \frac{\delta^{(m)}}{5} + ...$$
$$+ \frac{n^n}{m.....1.(-1)....(m-n)} \cdot \frac{1}{n+1},$$

quumque jam computati sint α, β, γ, δ; α', β', γ', δ'; α'', β'', γ'', δ''; α''', β''', γ''', δ'''; α^{IV}, β^{IV}, γ^{IV}, δ^{IV}, facillime R, R′, R″, R‴, R^{IV} expediuntur.

Quippe si est $n=1$, fit $R = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ et $R' = \frac{1}{2}$,

$n=2$, fit $R = 1 - \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$; $R' = \frac{4}{2} - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$; $R'' = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

$n=3$, fit $R = 1 - \frac{11}{4} + \frac{9}{3} - \frac{9}{8} = \frac{1}{8}$; $R' = \frac{9}{2} - \frac{45}{2.3} + \frac{27}{2.4} = \frac{3}{8}$

$R'' = -\frac{9}{4} + \frac{18}{3} - \frac{27}{8} = \frac{3}{8}$; $R''' = \frac{1}{2} - \frac{9}{2\,3} + \frac{9}{8} = \frac{1}{8}$

$n=4$, fit $R = \frac{7}{90}$; $R' = \frac{16}{45}$; $R'' = \frac{2}{15}$; $R''' = \frac{16}{45}$; $R^{IV} = \frac{7}{90}$.

Est igitur pro singulis ipsius n valoribus statutis per ordinem $R = R'$; $R = R''$, $R' = R'$; $R = R'''$, $R' = R''$; $R = R^{IV}$, $R' = R'''$, $R'' = R''$, ex quo colligere licet, generaliter fore $R^{(m)} = R^{(n-m)}$, id quod etiam demonstrari potest. Sit enim coefficientis $a^{(m)}$ numerator, qui est $= \frac{nt.(nt-1)\,....\,(nt-\frac{1}{2}n)\,.....\,(nt-n)}{nt-m}$ si n significat parem numerum,

$= \frac{nt(nt-1)\,....\,(nt-\frac{n-1}{2}).(nt-\frac{n+1}{2})\,....\,(nt-n)}{nt-m}$, si imparem, in universum $= T^{(m)}$ atque denominator $m(m-1)\,....\,1.(-1)\,....\,(m-n) = M^{(m)}$, qui redundat ex $T^{(m)}$, si m pro nt scribitur. Jam si ponitur $2t-1 = u$, unde sequitur $t = \frac{u}{2} + \frac{1}{2}$ ac $nt = \frac{nu+n}{2}$, fit

$$T^{(m)} = \frac{(nu+n).(nu+n-2)(nu+n-4)\,....\,(nu+2)\,nu\,(nu-2)\,....\,(nu-n+2).(nu-n)}{2^n(nu+n-2m)},$$

si n significat numerum parem,

$$= \frac{(nu+n)(nu+n-2)\,........\,(nu+1).(nu-1)\,........\,(nu-n+2)\,(nu-n)}{2^n(nu+n-2m)},$$

si imparem,

et numeratoris binis factoribus, qui aeque longe ab utroque fine distant, inter se multiplicatis, erit

$$T^{(m)} = \frac{(n^2u^2-n^2)(n^2u^2-(n-2)^2).(n^2u^2-(n-4)^2)......(n^2u^2-1)}{2^n(nu+n-2m)} \text{ si n numerum imparem,}$$

$$= \frac{(n^2u^2-n^2).(n^2u^2-(n-2)^2)(n^2u^2-(n-4)^2)......(n^2u^2-2^2)\,nu}{2^n(nu+n-2m)} \text{ si parem significat,}$$

ex quo efficitur

$$\frac{2^n\,T^{(m)}}{nu-n+2m} = \frac{(n^2u^2-n^2).(n^2u^2-(n-2)^2)......(n^2u^2-1)}{n^2u^2-(n-2m)^2}, \text{ si n significat numerum imparem,}$$

$$= \frac{(n^2u^2-n^2).(n^2u^2-(n-2)^2)......(n^2u^2-2^2)\,nu}{n^2u^2-(n-2m)^2}, \text{ si parem.}$$

Statuamus $\frac{2^n\,T^{(m)}}{nu-n+2m} = U^{(m)}$, ut sit $T^{(m)} = \frac{nu-n+2m}{2^n}U^{(m)}$ atque $T^{(m)}dt = \frac{nu-n+2m}{2^n}T^{(m)}dt$ $= \frac{nu-n+2m}{2^n}U^{(m)}\frac{2dt}{2} = \frac{nu-n+2m}{2^{n+1}}U^{(m)}du$, et idcirco $\int T^{(m)}dt = \int\frac{nu-n+2m}{2^{n+1}}U^{(m)}du$ $= \int\frac{nu\,U^{(m)}du}{2^{n+1}} + \int\frac{(2m-n)\,U^{(m)}du}{2^{n+1}}$.

Quum $U^{(m)}$ in seriem secundum potestates variabilis u progredientem disponi possit,

$U^{(m)} = \mathfrak{a} u^{n-1} + \mathfrak{b} u^{n-3} + \mathfrak{c} u^{n-5} + \ldots\ldots + \mathfrak{n} u$, si n significat numerum parem,

$= \mathfrak{a}' u^{n-1} + \mathfrak{b}' u^{n-3} + \mathfrak{c}' u^{n-5} + \ldots + \mathfrak{n}'$, si imparem, statuere licet.

Potestates u^{n-2}, u^{n-4}, $u^{n-6} \ldots$ necessario hic deesse, facile est intellectu. Scilicet $U^{(m)}$ constat vel ex $(\frac{n}{2} + 1) - 1$ sive $\frac{n}{2}$, vel ex $\frac{n+1}{2} - 1$ sive $\frac{n-1}{2}$ factoribus, prout n aut parem, aut imparem significat numerum; praeterea numero pari vice literae n fungente functio $U^{(m)}$ habet $\frac{n}{2} - 1$ sive $\frac{n-2}{2}$ factores, quibus u^2 inest, atque unum, cui u; omnes igitur factores inter se multiplicati faciunt seriem, cujus termino primo continetur $(u^2)^{\frac{n-2}{2}}.u$ sive u^{n-1}, quum in sequentibus terminis gradus potestatum variabilis u duabus unitatibus minuitur. Contra si n significat numerum imparem, singulis functionis $U^{(m)}$ factoribus inhaeret u^2, unde productum cunctorum $\frac{n-1}{2}$ factorum incipit termino, qui comprehendit $(u^2)^{\frac{n-1}{2}}$ sive u^{n-1} et quoniam hic sicuti illic in terminis sequentibus gradus potestatum variabilis u binis unitatibus minuitur, liquet, cur potestates u^{n-2}, u^{n-4}, $u^{n-6} \ldots$ absint. Habemus igitur, si n significat numerum imparem, $\int \frac{nu}{2^{n+1}} U^{(m)} du = \frac{n}{2^{n+1}} \int u U^{(n)} du = \frac{n}{2^{n+1}} \int \left(\mathfrak{a}' u^n + \mathfrak{b}' u^{n-2} + \mathfrak{c}' u^{n-4} + \ldots + \mathfrak{n}' u\right) du = \frac{n}{2^{n+1}} \int \left[\mathfrak{a}' (2t-1)^n + \mathfrak{b}' (2t-1)^{n-2} \ldots \mathfrak{n}' (2t-1)\right] 2dt$
$= \frac{n}{2^n} \left(\mathfrak{a}' \int (2t-1)^n dt + \mathfrak{b}' \int (2t-1)^{n-2} dt + \ldots\ldots + \mathfrak{n}' \int (nt-1) dt\right)$. Est autem
$(2t-1)^n = 2^n t^n - n.2^{n-1} t^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1.2} 2^{n-2} t^{n-2} - \ldots\ldots\ldots + n.2t - 1$, itaque
$\int (2t-1)^n dt = \frac{2^n}{n+1} - 2^{n-1} + \frac{n}{1.2}.2^{n-2} - \ldots\ldots + \frac{n}{1.2}.2 - 1$, numero 1 vice variabilis t fungente. Porro est

$(2-1)^{n+1} - 1 = 2^{n+1} - (n+1) 2^n + \frac{(n+1)n}{1.2} 2^{n-1} - \ldots + \frac{(n+1)n}{1.2} 2^2 - (n+1).2 + 1 - 1 = 0$,

item $2^n - (n+1) 2^{n-1} + \frac{(n+1)n}{1.2} 2^{n-2} - \ldots\ldots + \frac{(n+1)n}{1.2}.2 - (n+1) = 0$ et $\frac{2^n}{n+1} - 2^{n-1}$
$+ \frac{n}{1.2}.2^{n-2} \ldots\ldots + \frac{n}{1.2}.2 - 1 = 0$. Exinde sequitur, ut una cum integralibus $\int (2t-1)^n dt$, $\int (2t-1)^{n-2} dt$, $\int (2t-1)^{n-4} dt \ldots$ evanescat integrale $\int \frac{nuU^{(m)}du}{2^{n+1}}$. At vero, si n significat numerum parem, evanescunt integralia $\int (2t-1)^{n-1} dt$; $\int (2t-1)^{n-3} dt \ldots\ldots$ itaque fit $\int \frac{(2m-n)U^{(m)}du}{2^{n+1}} = 0$. His expositis, patet, fieri $\int T^{(m)} dt = \int \frac{nuU^{(m)}du}{2^{n+1}}$, numero pari pro n substituto, quocirca, si variabilis t aequat numerum 1, evadit $\int T^{(m)} dt = \frac{n}{2^n} \left(\frac{\mathfrak{a}}{n+1} + \frac{\mathfrak{b}}{n-1} + \ldots + \frac{\mathfrak{n}}{3}\right)$.
Nam est $\int \frac{nuU^{(m)}du}{2^{n+1}} = \frac{n}{2^n} \left(\mathfrak{a} \int (2t-1)^n dt + \mathfrak{b} \int (2t-1)^{n-2} dt + \ldots\ldots + \mathfrak{n} \int (2t-1)^2 dt\right)$
et $\int (2t-1)^n dt = \int (2t)^n dt - n \int (2t)^{n-1} dt + \frac{n(n-1)}{1.2} \int (2t)^{n-2} dt - \ldots\ldots + \int dt = \frac{2^n}{n+1} - 2^{n-1}$
$+ \frac{n}{1.2} 2^{n-2} - \frac{n(n-1)}{1.2.3} 2^{n-3} + \ldots + 1$, praeterea est $(2-1)^{n+1} = 2^{n+1} - (n+1) 2^n + \ldots\ldots$

$+ (n+1)\,2 - 1 = 0$ neque minus $2^n - (n+1)\,2^{n-1} + \frac{(n+1)\,n}{1.2}\,2^{n-2} - \ldots\ldots + (n+1) = 1$, unde fit $\frac{1}{n+1} = \frac{2^n}{n+1} - 2^{n-1} + \frac{n}{1.2}.\,2^{n-2} - \ldots\ldots + 1$ ac proinde $\int(2t-1)^n dt = \frac{1}{n+1}$, $\int(2t-1)^{n-2}dt = \frac{1}{n-1}$, $\int(2t-1)^{n-4}dt = \frac{1}{n-3}$ etc.

Sin vero n significat numerum imparem, habemus $\int T^{(m)}dt = \int\frac{(2m-n)\,U^{(m)}du}{2^{n+1}} = \frac{2m-n}{n^n}$ $\left(\frac{a'}{n} + \frac{b'}{n-2} + \frac{c'}{n-4} \ldots\ldots + n'\right)$ numero 1 in locum variabilis t substituto.

Supra statuimus $U^{(m)} = \frac{(n^2u^2-n^2).(n^2u^2-(n-2)^2)\ldots\ldots(n^2u^2-2^2)nu}{n^2u^2-(n-2m)^2}$, si n significat numerum parem, et $= \frac{(n^2u^2-n^2).(n^2u^2-(n-2)^2)\ldots\ldots(n^2u^2-3^2).(n^2u^2-1)}{n^2u^2-(n-2m)^2}$, si imparem, ideoque erit

$$U^{(n-m)} = \frac{(n^2u^2-n^2).(n^2u^2-(n-2)^2)\ldots\ldots(n^2u^2-2^2)\,nu}{n^2u^2-(2m-n)^2} \text{ priore conditione}$$

$$\text{et} = \frac{(n^2u^2-n^2).(n^2u^2-(n-2)^2)\ldots\ldots(n^2u^2-1)}{n^2u^2-(2m-n)^2}, \text{ altera constituta.}$$

Ex quo efficitur, generaliter esse $U^{(n-m)} = U^{(m)}$ itaque quum sit $\int T^{(n-m)}dt = \int\frac{nuU^{(n-m)}}{2^{n+1}}du$ $= \int\frac{nu\,U^m du}{2^{n+1}} = \int T^{(m)}dt$, pro n numero pari, et $\int T^{(n-m)}dt = \int\frac{n-2m}{2^{n+1}}\,U^{(n-m)}\,du$ $= -\int\frac{2m-n}{2^{n+1}}U^{(m)}du = -\int T^{(m)}dt$, pro n numero impari suffecto, habemus $\int T^{(n-m)}dt$ $= \pm\int T^{(m)}dt$, ubi valor positivus adhibendus, si n numerum parem, negativus, si imparem significat.

Etiam posuimus $M^{(m)} = m(m-1)\ldots\ldots 1.(-1)\ldots\ldots(m-n)$, unde fit $M^{(n-m)} = (n-m)(n-m-1)\ldots\ldots 1.(-1)\ldots\ldots(-m) = (-(m-n)).(-(m-n+1))\ldots\ldots$ $(-(-1)).(-1)\ldots\ldots(-m)$; quum autem n factores denominatorem $M^{(n-m)}$ conficiant, facile perspicitur, esse $M^{(n-m)}$ aut $= (m-n).(m-n+1)\ldots\ldots(-1).\,1.2\ldots\ldots m$

aut $= -(m-n).(m-n+1)\ldots\ldots(-1).\,1.2\ldots\ldots m$,

prout n significat aut parem aut imparem numerum, ac proinde $M^{(n-m)} = \pm M^{(m)}$ ita ut signum + valeat, si numerus par, signum —, si impar pro n substituitur. Quae quum ita sint, generaliter est $R^{n-m} = R^{(m)}$, numero 1 vice variabilis t fungente.

Jam superest, ut indicemus errorem, qui, numero 1 in locum variabilis t substituto, versetur in valore integralis $\int\varphi(x)dx$ pro variabilis x limitibus g et h ex formula N computato, si functio $F(g+\Delta t)$ in seriem digesta exeat ordinem n. Supra demonstratum est, supplementum integralis $\int\varphi(x)dx$ ex formula N derivati effici serie

$$K_{k^{(n+1)}}^{(n+1)} + K_{k^{(n+2)}}^{(n+2)} + K_{k^{(n+3)}}^{(n+3)} \ldots\ldots\ldots\ldots + K_{k^{(n+r)}}^{(n+r)} \text{ ac fieri}$$

$$k^{(n+r)} = l^{(n+r)} + \tfrac{1}{2}(n+r)\,l^{(n+r-1)} + (\tfrac{1}{2})^2\,\frac{(n+r)(n+r-1)}{1.2}\,l^{(n+r-2)} + \ldots\ldots$$
$$+ (\tfrac{1}{2})^{r-1}\,\frac{(n+r).(n+r-1)\ldots\ldots(n+2)}{1.2.3\ldots\ldots(r-1)}.\,l^{(n+1)}$$

Quamobrem ad constituendum valorem differentiae $k^{(n+r)}$ opus erit componere formulam, qua differentiae $l^{(n+r)}$, $l^{(n+r-1)}$, $l^{(n+r-2)}\ldots\ldots l^{(n+1)}$ computare posssumus.

In universum est

$$1^{(n+r)} = \int(t-\tfrac{1}{n})^{n+r}dt - \Big((-\tfrac{1}{2})^{n+r}R + (\tfrac{1}{n}-\tfrac{1}{2})^{n+r}R' + (\tfrac{2}{n}-\tfrac{1}{2})^{n+r}R'' + \ldots\ldots$$

$+ (\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{n})^{n+r}R^{(n-1)} + (\tfrac{1}{2})^{n+r}R^{(n)}\Big)$ ac numero impari vice exponentis $n+r$ et numero 1 vice variabilis t fungente est

$$\int(t-\tfrac{1}{2})^{n+r}dt = \frac{1}{n+r+1} - \tfrac{1}{2} + \frac{(n+r)}{1.2}.\tfrac{1}{4} - \frac{(n+r).(n+r-1)}{1.2.3}.\tfrac{1}{8} + \ldots\ldots\ldots$$

$$- \frac{(n+r).(n+r-1)}{1.2.3}.(\tfrac{1}{2})^{n+r-2} + \frac{n+r}{1.2}.(\tfrac{1}{2})^{n+r-1} - (\tfrac{1}{2})^{n+r},$$

$$(2-1)^{n+r+1} - 1 = 2^{n+r+1} - (n+r+1)\,2^{n+r} + \frac{(n+r+1)(n+r)}{1.2}\,2^{n+r-1}$$

$$- \frac{(n+r+1)(n+r)(n+r-1)}{1.2.3}\,2^{n+r-2} + \ldots + \frac{(n+r+1)(n+r)}{1.2}\,2^2 - (n+r+1)\,2 + 1 - 1 = 0$$

ideoque

$$\frac{1}{n+r+1} - \tfrac{1}{2} + \frac{n+r}{1.2}.\tfrac{1}{4} - \frac{(n+r)(n+r-1)}{1.2.3}\tfrac{1}{8} + \ldots\ldots$$

$$+ \frac{n+r}{1.2}(\tfrac{1}{2})^{n+r-1} - (\tfrac{1}{2})^{n+r} = 0.$$

Hinc sequitur $\int(t-\frac{1}{2})^{n+r}dt = 0$ quumque etiam integralis $\int(t-\frac{1}{2})^{n+r}dt$ valor e formula N ductus evanescat, liquet fieri $1^{(n+r)} = 0$, si quidem pro $n+r$ numerus impar substituatur.

Contra numero pari vice exponentis $n+r$ fungente.

fit $\int(t-\frac{1}{2})^{n+r}dt = \frac{1}{n+r+1} - \frac{1}{2} + \frac{n+r}{1.2}.\frac{1}{4} + \ldots\ldots - \frac{n+r}{1.2}(\frac{1}{2})^{n+r-1} + (\frac{1}{2})^{n+r}$

numero 1 pro t substituto,

$$\text{et } (2-1)^{n+r+1} - 1 = 2^{n+r+1} - (n+r+1).2^{n+r} + \frac{(n+r+1).(n+r)}{1.2}.2^{n+r+1} - \ldots\ldots$$

$$- \frac{(n+r+1)(n+r)}{1.2}\,2^2 + (n+r+1)\,2 - 1 - 1 = 0$$

ideoque

$$\frac{1}{n+r+1} - \tfrac{1}{2} + \frac{n+r}{1.2}.\tfrac{1}{4} - \ldots\ldots - \frac{n+r}{1.2}(\tfrac{1}{2})^{n+r+1} + (\tfrac{1}{2})^{n+r} = \frac{1}{(n+r+1)\,2^{n+r}}.$$

Ergo erit $\int(t-\frac{1}{2})^{n+r}dt = \frac{1}{(n+r+1)\,2^{n+r}}$.

Formula N adhibita fit, si n significat numerum parem

$$\int(t-\tfrac{1}{2})^{n+r}dt = (-\tfrac{1}{2})^{n+r}R + (\tfrac{1}{n}-\tfrac{1}{2})R' + (\tfrac{2}{n}-\tfrac{1}{2})^{n+r}R'' + \ldots + (-\tfrac{2}{n})^{n+r}R^{(\frac{1}{2}n-2)}$$

$$+ (-\tfrac{1}{n})^{n+r}R^{(\frac{1}{2}n-1)} + 0^{n+r}R^{(\frac{1}{2}n)} + (\tfrac{1}{n})^{n+r}R^{(\frac{1}{2}n+1)} + (\tfrac{2}{n})^{n+r}R^{(\frac{1}{2}n+2)} + \ldots\ldots$$

$$+ (\tfrac{1}{2}-\tfrac{2}{n})^{n+r}R^{(n-2)} + (\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{n})^{n+r}R^{(n-1)} + (\tfrac{1}{2})^{n+r}R^{(n)}$$

$$\text{item} = \Big[(\tfrac{1}{2})^{n+r} + (\tfrac{1}{2})^{n+r}\Big]R + \Big[(\tfrac{1}{n}-\tfrac{1}{2})^{n+r} + (\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{n})^{n+r}\Big]R'$$

$$+ \Big[(\tfrac{2}{n}-\tfrac{1}{2})^{n+r} + (\tfrac{1}{2}-\tfrac{2}{n})^{n+r}\Big]R'' + \ldots + \Big[(\tfrac{2}{n})^{n+r} + (\tfrac{2}{n})^{n+r}\Big]R^{(\frac{1}{2}n-2)}$$

$$+ \Big[(\tfrac{1}{n})^{n+r} + (\tfrac{1}{n})^{n+r}\Big]R^{(\frac{1}{2}n-2)}$$

quoniam $n+r$ numerum parem significat et R^{n-m} est $= R^{(m)}$,

$$= 2.(\tfrac{1}{2})^{n+r}R + 2(\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{n})^{n+r}R' + 2(\tfrac{1}{2}-\tfrac{2}{n})^{n+r}R'' + \ldots\ldots\ldots$$

$$+ 2(\tfrac{2}{n})^{n+r}R^{(\frac{1}{2}n-2)} + 2(\tfrac{1}{n})^{n+r}R^{(\frac{1}{2}n-1)}$$

$$= 2\left[\left(\tfrac{1n}{2n}\right)^{n+r} R + \left(\tfrac{\frac{1}{2}n-1}{n}\right)^{n+r} R' + \left(\tfrac{\frac{1}{2}n-2}{n}\right)^{n+r} R'' + \ldots\ldots\right.$$
$$\left. + \left(\tfrac{2}{n}\right)^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-2)} + \left(\tfrac{1}{n}\right)^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-1)}\right]$$
$$= \frac{2}{n^{n+r}}\left[\left(\tfrac{1}{2}n\right)^{n+r} R + \left(\tfrac{1}{2}n-1\right)^{n+r} R' + \left(\tfrac{1}{2}n-2\right)^{n+r} R'' + \ldots\ldots\right.$$
$$\left. + 2^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-2)} + R^{(\frac{1}{2}n-1)}\right]$$

Quae quum ita sint, erit

$$l^{(n+r)} = \frac{1}{2^{n+r}(n+r+1)} - \frac{2}{n^{n+r}}\left[\left(\tfrac{1}{2}n\right)^{n+r} R + \left(\tfrac{1}{2}n-1\right)^{n+r} R' + \left(\tfrac{1}{2}n-2\right)^{n+r} R'' + \ldots\right.$$
$$\left. + 2^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-2)} + R^{(\frac{1}{2}n-1)}\right]$$

si $n+r$ et n significant numeros pares.

Eadem formula N facit, si n significat numerum imparem,

$$\int(t-\tfrac{1}{2})^{n+r} dt = \left(-\tfrac{1}{2}\right)^{n+r} R + \left(\tfrac{1}{n}-\tfrac{1}{2}\right)^{n+r} R' + \ldots\ldots + \left(-\tfrac{3}{2n}\right)^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-\frac{3}{2})}$$
$$+ \left(-\tfrac{1}{2n}\right)^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-\frac{1}{2})} + \left(\tfrac{1}{2n}\right)^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n+\frac{1}{2})} + \left(\tfrac{3}{2n}\right)^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-\frac{3}{2})} + \ldots\ldots$$
$$+ \left(\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{n}\right)^{n+r} R^{(n-1)} + \left(\tfrac{1}{2}\right)^{n+r} R^{(n)}$$

$$\text{item} = 2\left(\tfrac{1}{2}\right)^{n+r} R + 2\left(\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{n}\right)^{n+r} R' + 2\left(\tfrac{1}{2}-\tfrac{2}{n}\right)^{n+r} R'' + \ldots\ldots$$
$$+ 2\left(\tfrac{3}{2n}\right)^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-\frac{3}{2})} + 2\left(\tfrac{1}{2n}\right)^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-\frac{1}{2})}$$

quippe quod $n+r$ numerum parem significat et $R^{(n-m)} = R^{(m)}$ est,

$$= 2\left[\left(\tfrac{1}{2n}.n\right)^{n+r} R + \left(\tfrac{n-2}{2n}\right)^{n+r} R' + \left(\tfrac{n-4}{2n}\right)^{n+r} R'' + \ldots\ldots\right.$$
$$\left. + \left(\tfrac{3}{2n}\right)^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-\frac{3}{2})} + \left(\tfrac{1}{2n}\right)^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-\frac{1}{2})}\right]$$
$$= \frac{2}{2^{n+r}.n^{n+r}}\left[n^{n+r} R + (n-2)^{n+r} R' + (n-4)^{n+r} R + \ldots\ldots\right.$$
$$\left. + 3^{n+r} R^{(\frac{1}{2}n-\frac{3}{2})} + R^{(\frac{1}{2}n-\frac{1}{2})}\right]$$

quocirca erit

$$l^{(n+r)} = \frac{1}{2^{n+r}}\left[\frac{1}{n+r+1} - \frac{2}{n^{n+r}}\left(n^{n+r} R + (n-2)^{n+r} R' + (n-4)^{n+r} R'' + \ldots\ldots + R^{(\frac{1}{2}n-\frac{1}{2})}\right)\right]$$

si $n+r$ numerum parem, contraque n imparem significat.

Itaque numeris paribus aut imparibus pro n et r substitutis reducitur $k^{(n+r)}$ aut in formam

$$l^{(n+r)} + 0 + \left(\tfrac{1}{2}\right)^2 \frac{(n+r)(n+r-1)}{1.2} l^{(n+r-2)} + 0 + \ldots\ldots$$
$$+ \left(\tfrac{1}{2}\right)^{r-2} \frac{(n+r)\ldots.(n+3)}{1.2\ldots.(r-2)} l^{(n+2)}$$

aut in formam

$$l^{(n+r)} + 0 + \left(\tfrac{1}{2}\right)^2 \frac{(n+r).(n+r-1)}{1.2} l^{(n+r-2)} + 0 + \ldots\ldots$$
$$+ \left(\tfrac{1}{2}\right)^{r-1} \frac{(n+r)\ldots.(n+2)}{1.2\ldots.(r-1)} l^{(n+1)}$$

sin autem numerus par pro n et impar pro r, aut pro n impar et par pro r substituitur, transit $k^{(n+r)}$

aut in formam:

$$0 + \tfrac{1}{2}(n+r)\, l^{(n+r-1)} + 0 + \left(\tfrac{1}{2}\right)^3 \frac{(n+r)(n+r-1)(n+r-2)}{1.2.3} l^{(n+r-2)} + \ldots\ldots$$
$$+ \left(\tfrac{1}{2}\right)^{r-1} \frac{(n+r)\ldots.(n+2)}{1.2\ldots.(r-2)} l^{(n+2)}$$

aut in formam: $o + \frac{1}{2}(n+r)\, l^{(n+r-1)} + o + (\frac{1}{2})^3 \frac{(n+r)(n+r-1)(n+r-2)}{1.2.3} l^{(n+r-3)} + \ldots\ldots$

$$+ (\tfrac{1}{2})^{r-1} \frac{(n+r)\ldots\ldots(n+2)}{1.2\ldots\ldots(r-1)} l^{(n+1)}.$$

Quumque sit

$$l^{(1+r)} = \frac{1}{2^{1+r}}\left(\frac{1}{2+r} - 2\,R\right) = \frac{1}{2^{1+r}}\left(\frac{1}{2+r} - 1\right) = \frac{1}{2^{1+r}}\cdot\frac{-1+r}{2+r},$$

$$l^{(2+r)} = \frac{1}{2^{2+r}(3+r)} - \frac{2}{2^{2+r}}R = \frac{1}{2^{2+r}(3+r)} - \frac{2}{2^{(2+r)}}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{2^{2+r}}\left(\frac{1}{3+r} - \frac{1}{3}\right),$$

$$l^{(3+r)} = \frac{1}{2^{3+r}}\left[\frac{1}{4+r} - \frac{2}{3^{3+r}}\left(3^{3+r}R + R'\right)\right] = \frac{1}{2^{3+r}}\left(\frac{1}{4+r} - \frac{1}{4} - \frac{3}{4\cdot 3^{3+r}}\right),$$

$$l^{(4+r)} = \frac{1}{2^{4+r}(5+r)} - \frac{2}{4^{4+r}}\left(2^{4+r}R + R'\right) = \frac{1}{2^{4+r}(5+r)} - \frac{7}{2^{4+r}.45} - \frac{32}{4^{4+r}.45},$$

si n est = 1, fit $l'' = \frac{1}{4}\cdot-\frac{2}{3} = -\frac{1}{6}$, ergo $k'' = -\frac{1}{6}$; $k''' = \frac{3}{2}\cdot-\frac{1}{6} = -\frac{1}{4}$,

$$l^{IV} = \frac{1}{16}\cdot\frac{-4}{5} = -\frac{1}{20}, \text{ ergo } k^{IV} = -\frac{1}{20} + \frac{1}{4}\cdot\frac{4\cdot3}{1.2}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{3}{10},$$

si n est = 2, fit $l^{IV} = \frac{1}{2^4}\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{120}$; ergo $k''' = l''' = o$, $k^{IV} = l^{IV} = -\frac{1}{120}$, $k^{V} = -\frac{1}{48}$,

si n est = 3, fit $l^{IV} = \frac{1}{2^4}\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{3}{4\cdot3^4}\right) = -\frac{1}{270}$, ergo $k^{IV} = l^{IV} = -\frac{1}{270}$; $k^{V} = \frac{1}{2}\cdot5\cdot\left(-\frac{1}{270}\right) = -\frac{1}{108}$,

si n est = 4, fit $l^{IV} = \frac{1}{2^6\cdot7} - \frac{7}{2^6\cdot45} - \frac{32}{4^6\cdot45} = -\frac{1}{2688}$, ergo $k^{V} = o$; $k^{VI} = -\frac{1}{2688}$; $k^{VII} = -\frac{1}{768}$.

Expositis his aptissimum fore liquet in adhibenda formula N numerum parem pro n constituere. Nam si functio $F(g+\Delta t)$ in seriem per potestates variabilis t progredientem disposita ita est comparata, ut terminum, quo t^{n+2} continetur, negligere liceat, integrale $\int\varphi(x)dx$ e formula N ductum, quoniam cum eo, ne significet n numerum imparem, $k^{(n+1)}$ evanescit, valori vero quam proxime accedit, quum e contrario, numero impari pro n substituto, tum demum satisfaciat, ubi terminus ordinis n + 1 omitti potest. Praeterea haud magno usui est, in substituendis numeris pro n a pari progredi ad sequentem imparem, quod error, qui tum subest, usque a termino eodem manet isque tantum paululo minor, sed permultum conducit, ab impari ad parem adscendere, quippe qui efficiat, ut error nonnisi inde a termino duobus ordinibus superiori incipiat. Jam vero si coefficientes R, R', R'' . . . . . $R^{(n)}$, numeris 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 pro n substitutis, computaveris, plerumque fieri poterit, ut valor integralis $\int\varphi(x)dx$, variabili x limitibus g et h circumscripta, per formulam N conficiatur, si quidem series pro functione $F(g+\Delta t)$ conformata ordinem duodecimum non excedit, vel licitum est negligere terminos ordinis superioris. Sin aliter sit, coefficientes illi non satisfaciunt, sed tamen non opus est, etiam plures computare. Quippe enim termini seriei pro $F(g+\Delta t)$ formatae eo magis deminuuntur, quo minor est valor differentiae Δ et, si ita sit comparatus, ut terminus ordinis duodecimi omitti nequeat, differentia Δ dividi potest in plures partes; quo facto singula integralia partibus illis respondentia per formulam N constituenda sunt, quorum summa integrale $\Delta\int F(g+\Delta t)$ sive $\int\varphi(x)dx$ suppeditabit. Ut ut igitur sit functio $\varphi(x)dx$, formula N valorem integralis $\int\varphi(x)dx$ computabilem variabili x certis limitibus circumscripta exhibet eoque facilius, quo accommodatior est functio $F(g+\Delta t)$ ad computandas quantitates A, A', A'' . . . . . $A^{(n)}$, qui valor, etiamsi non sit integer, tamen eo propius a vero abest, quo minores sunt seriei pro $F(g+\Delta t)$ conformatae termini neglecti.

Beyer, Conrector.